

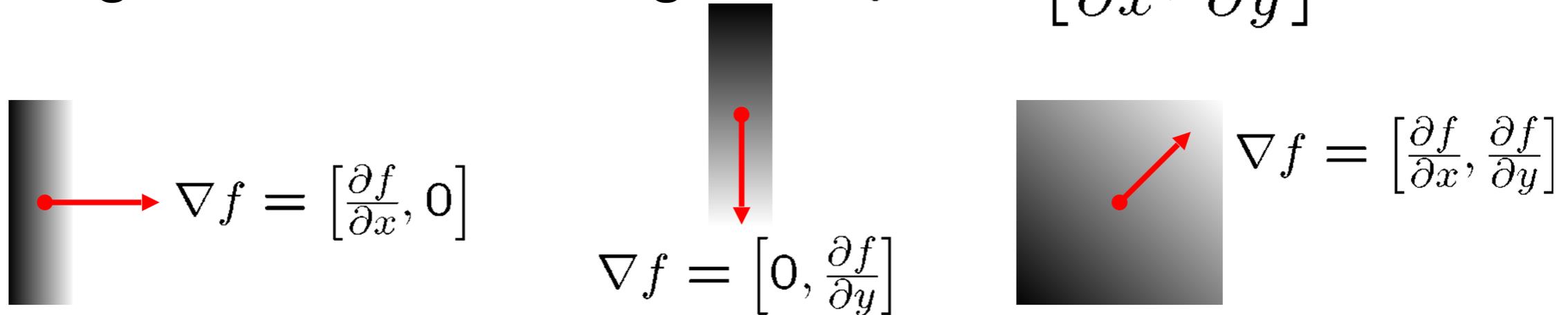
Applications du filtrage



GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique, Hiver 2018
Jean-François Lalonde

Gradient

- Le gradient d'une image: $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$



- Pointe dans la direction du changement le plus rapide en intensité
- Amplitude et orientation:

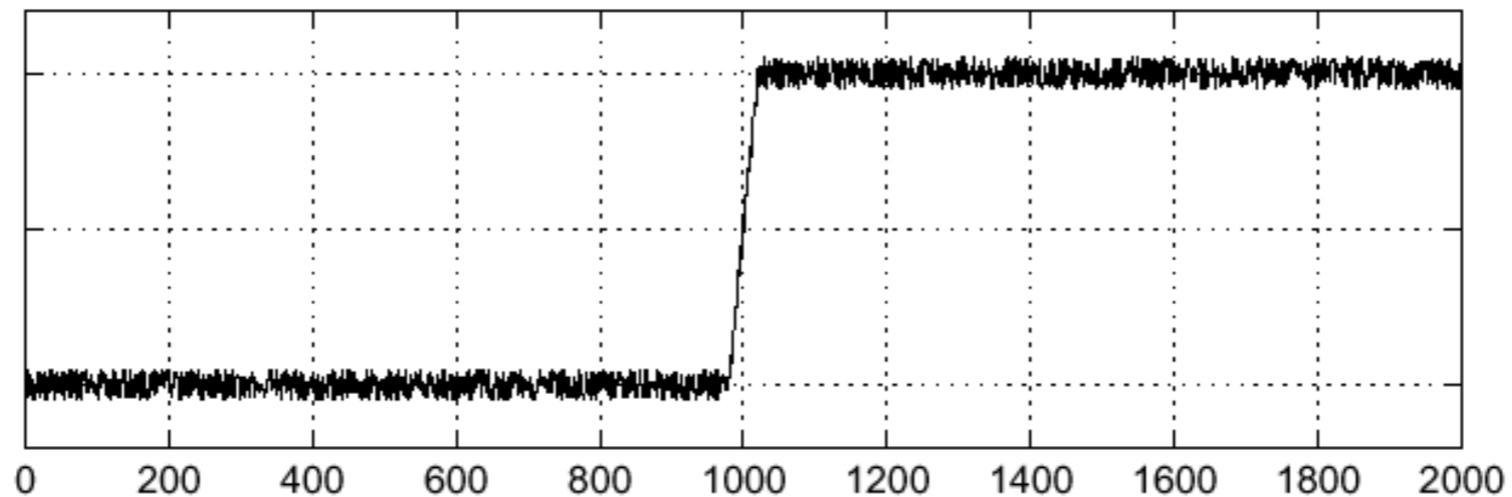
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right)$$

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Bruit

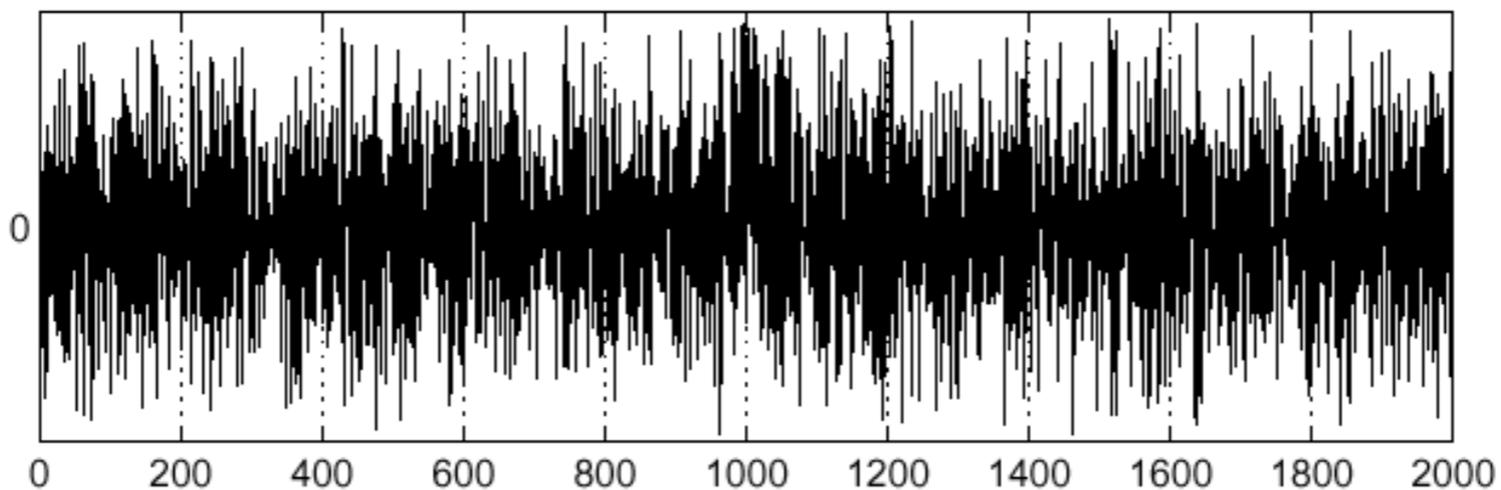
- Analysons une seule ligne dans l'image
 - Affiche l'intensité en fonction de la coordonnée x

$f(x)$



Comment calculer le gradient (la dérivée?)

$\frac{d}{dx}f(x)$

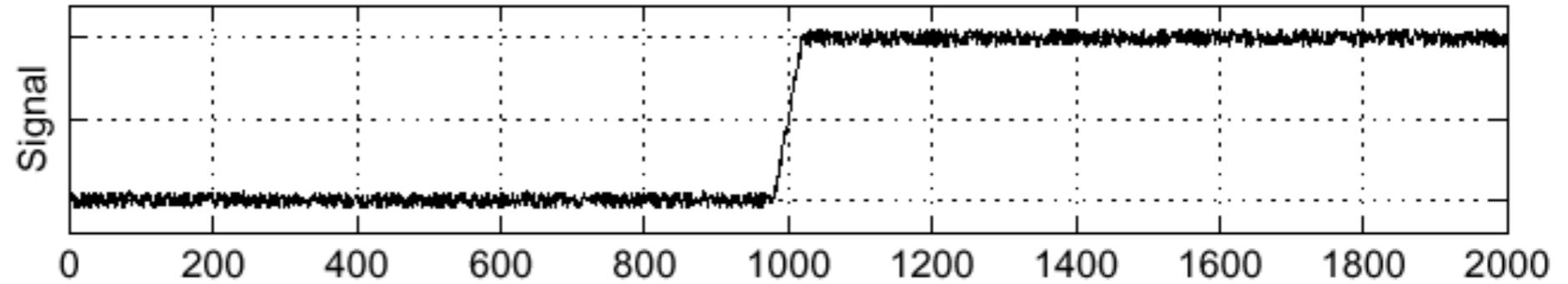


Où est l'arête?

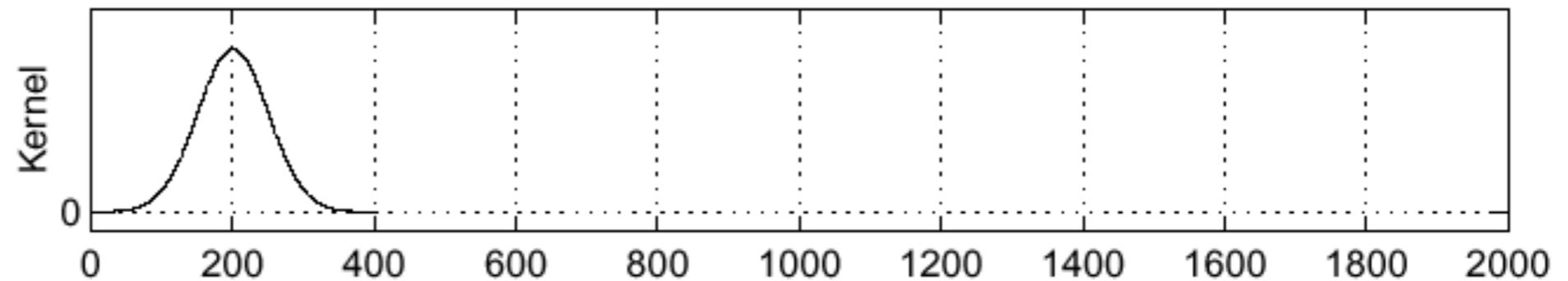
Solution: adoucir! (filtrer!)

Sigma = 50

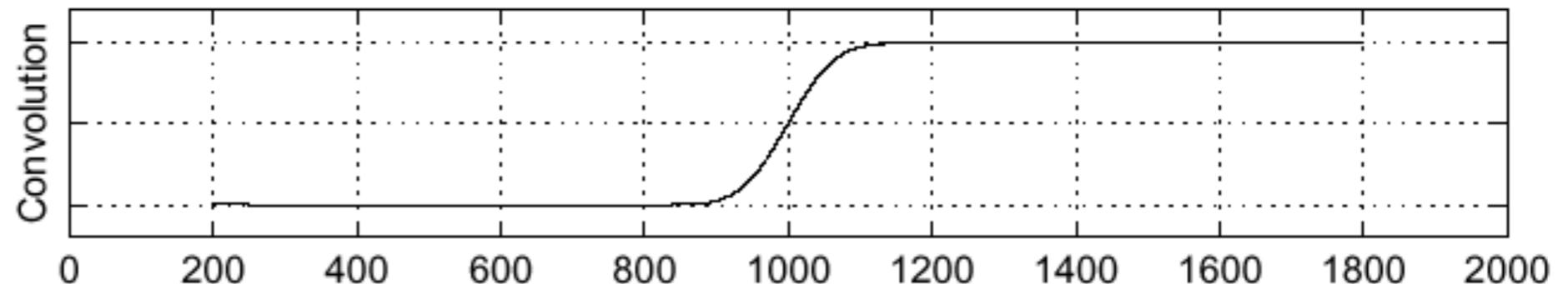
f



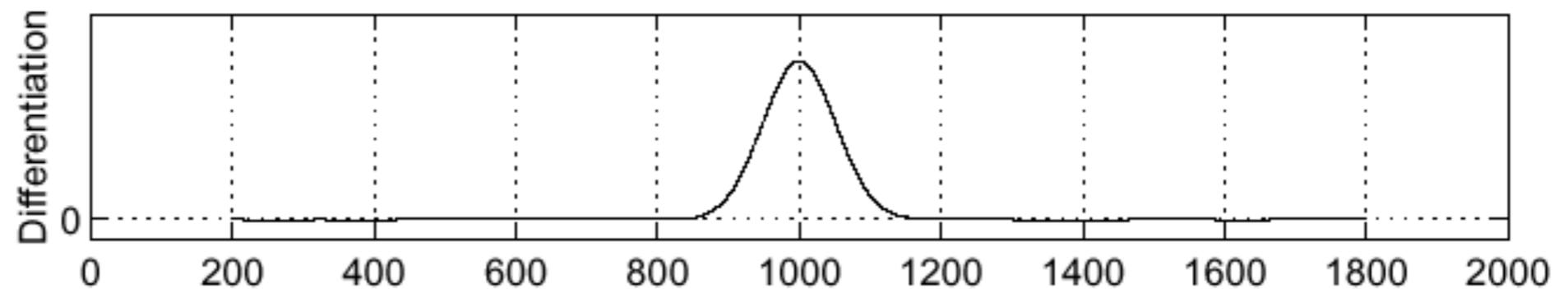
h



$h \star f$



$\frac{\partial}{\partial x}(h \star f)$

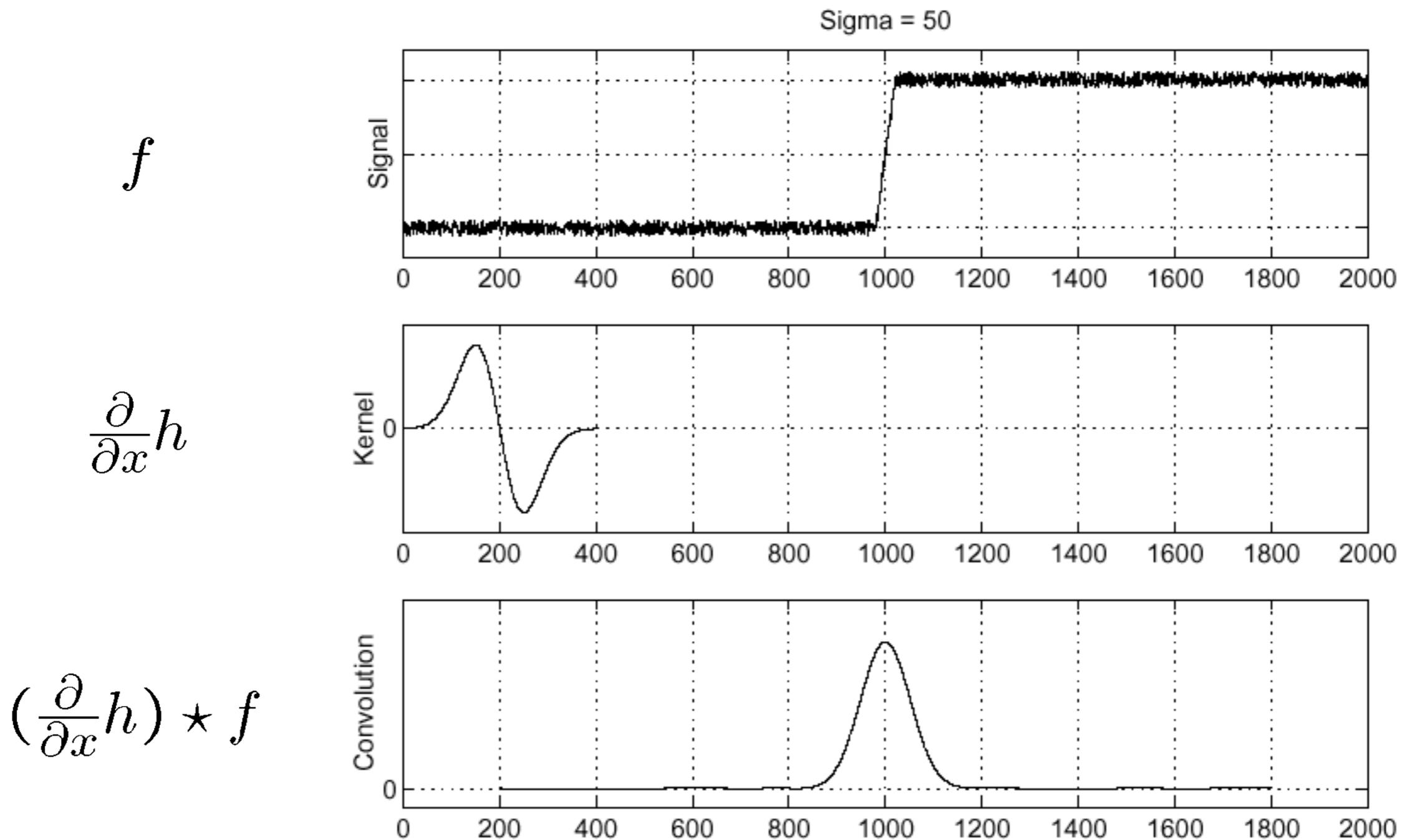


Où est l'arête?

Chercher maximums: $\frac{\partial}{\partial x}(h \star f)$

Théorème sur la dérivée de la convolution

- On saute une étape: $\frac{\partial}{\partial x}(h \star f) = \left(\frac{\partial}{\partial x}h\right) \star f$

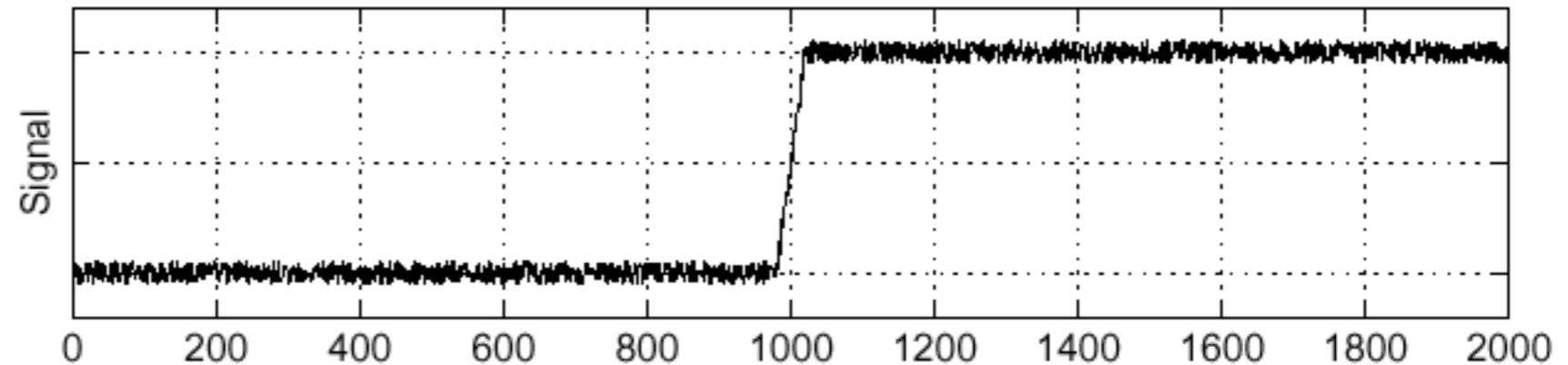


Laplacien d'une gaussienne

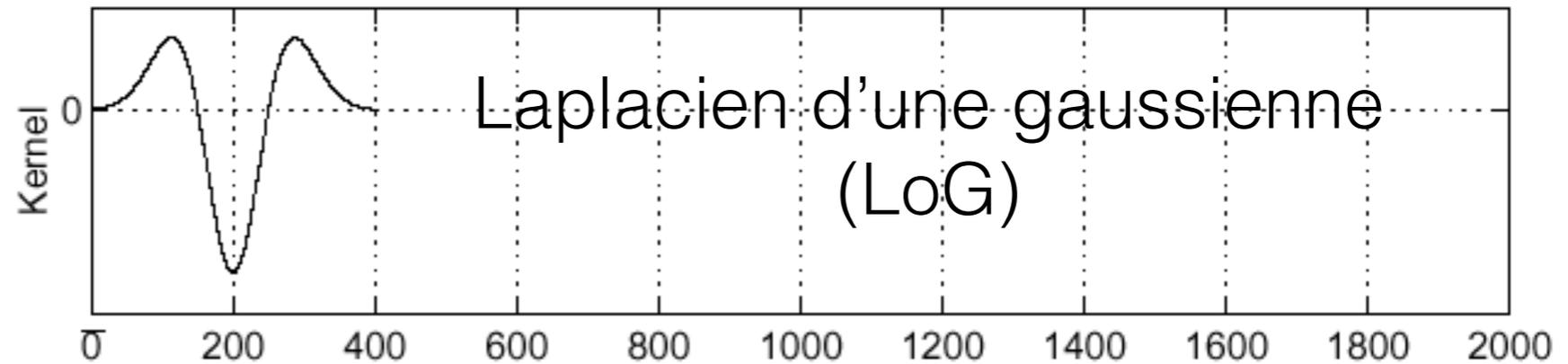
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$$

Sigma = 50

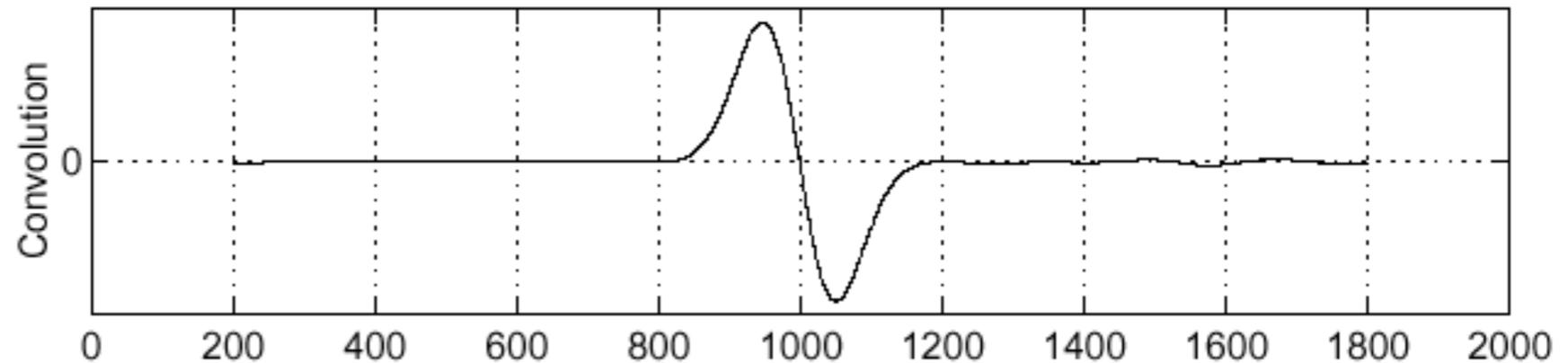
f



$\frac{\partial^2}{\partial x^2}h$



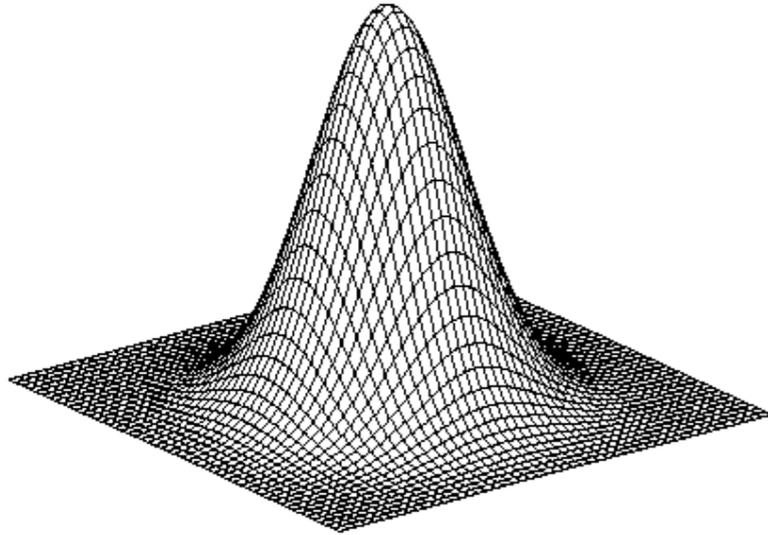
$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h) \star f$



Où est l'arête?

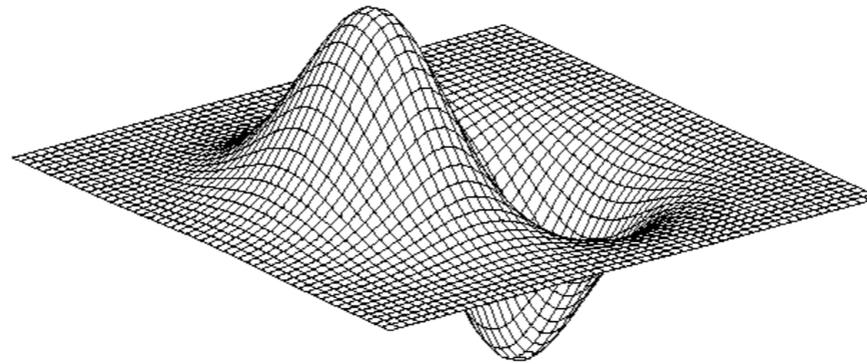
Où le graphe du bas croise 0

Détection d'arête en 2-D



Gaussienne

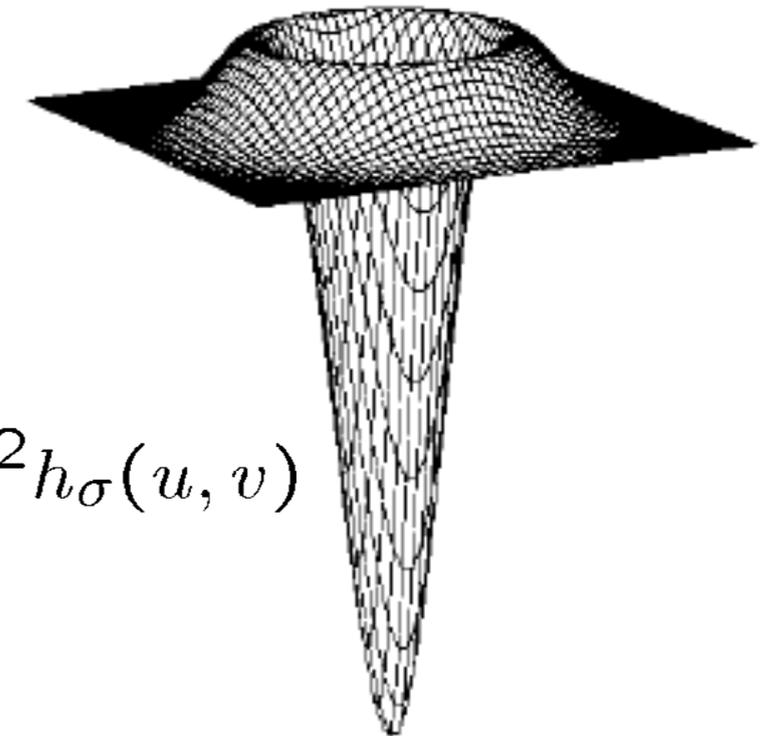
$$h_{\sigma}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



dérivée d'une gaussienne

$$\frac{\partial}{\partial x} h_{\sigma}(u, v)$$

Laplacien d'une gaussienne



$$\nabla^2 h_{\sigma}(u, v)$$

$$\nabla^2$$

est l'opérateur
Laplacien:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Un filtre gaussien enlève...?



Image originale (vous la connaissez?)

Un filtre gaussien enlève...?



filtrée (gaussienne 5x5)

Filtre passe-haut



originale - filtrée

Accentuation («sharpening»)



—



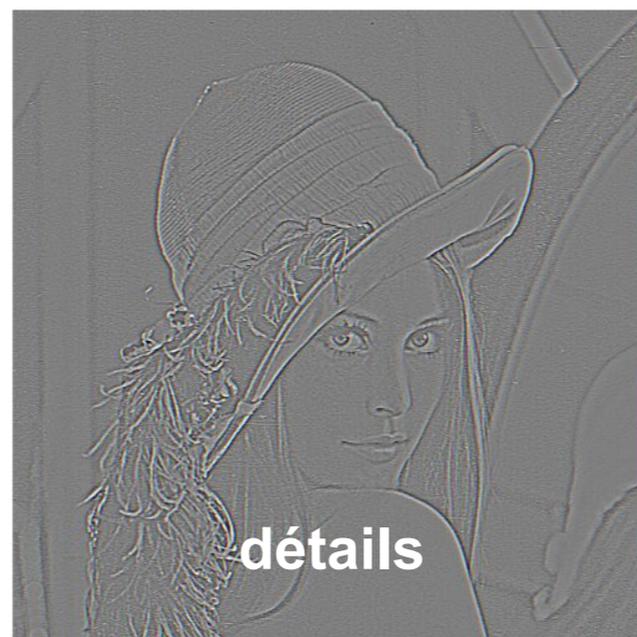
=



Rajoutons les détails



+ α



=



Filtre passe-haut

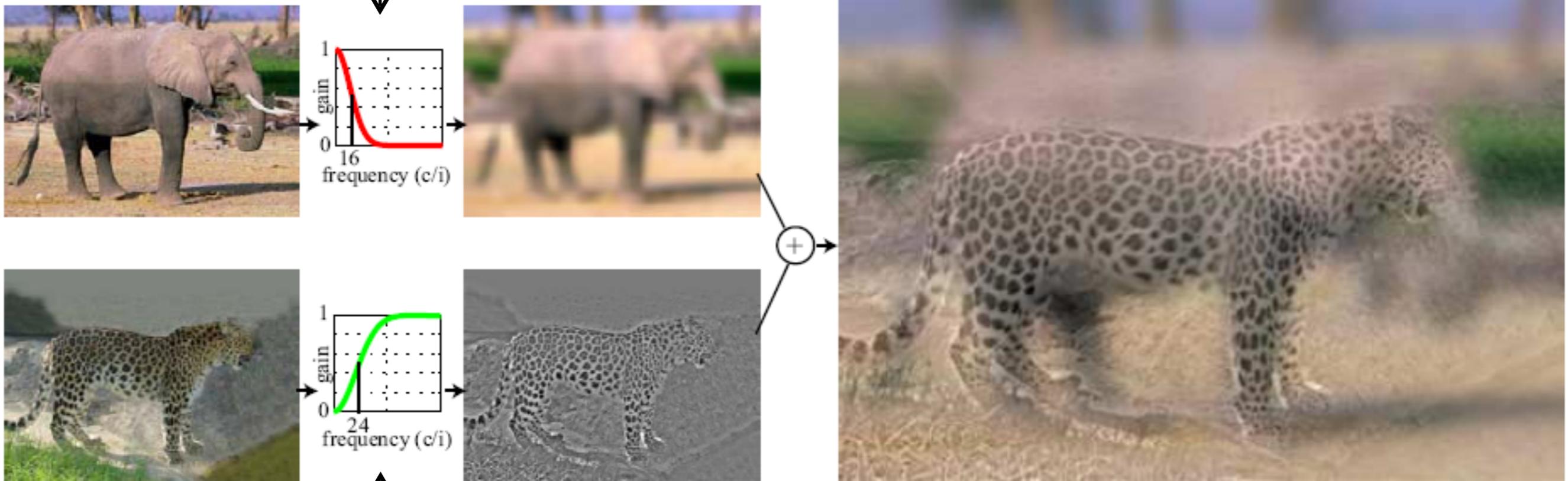
- Comment obtenir ce filtre passe-haut?
 - regarder de près...
 - passage par 0 aux arêtes...?
 - original - filtrée (gaussien) \approx laplacien d'une gaussienne!

originale - filtrée

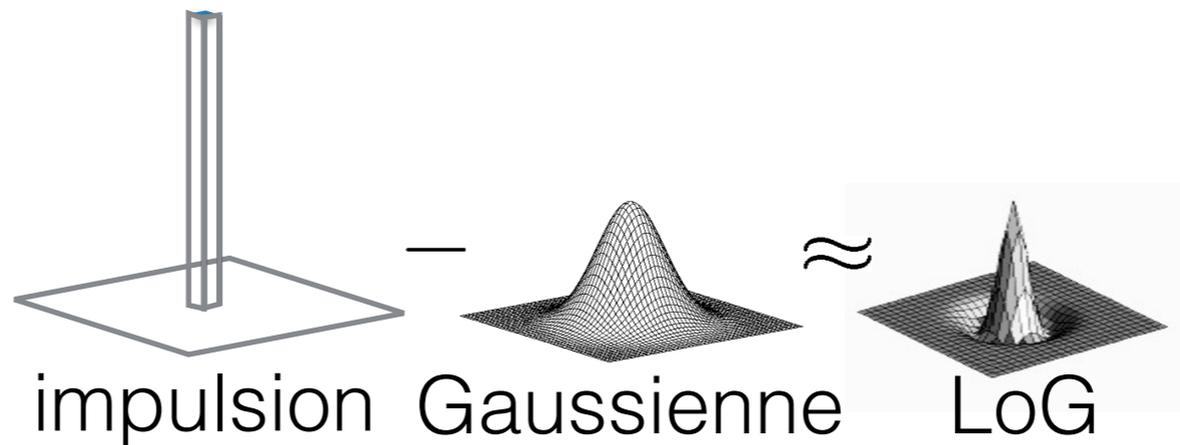


Images hybrides

Filtre gaussien

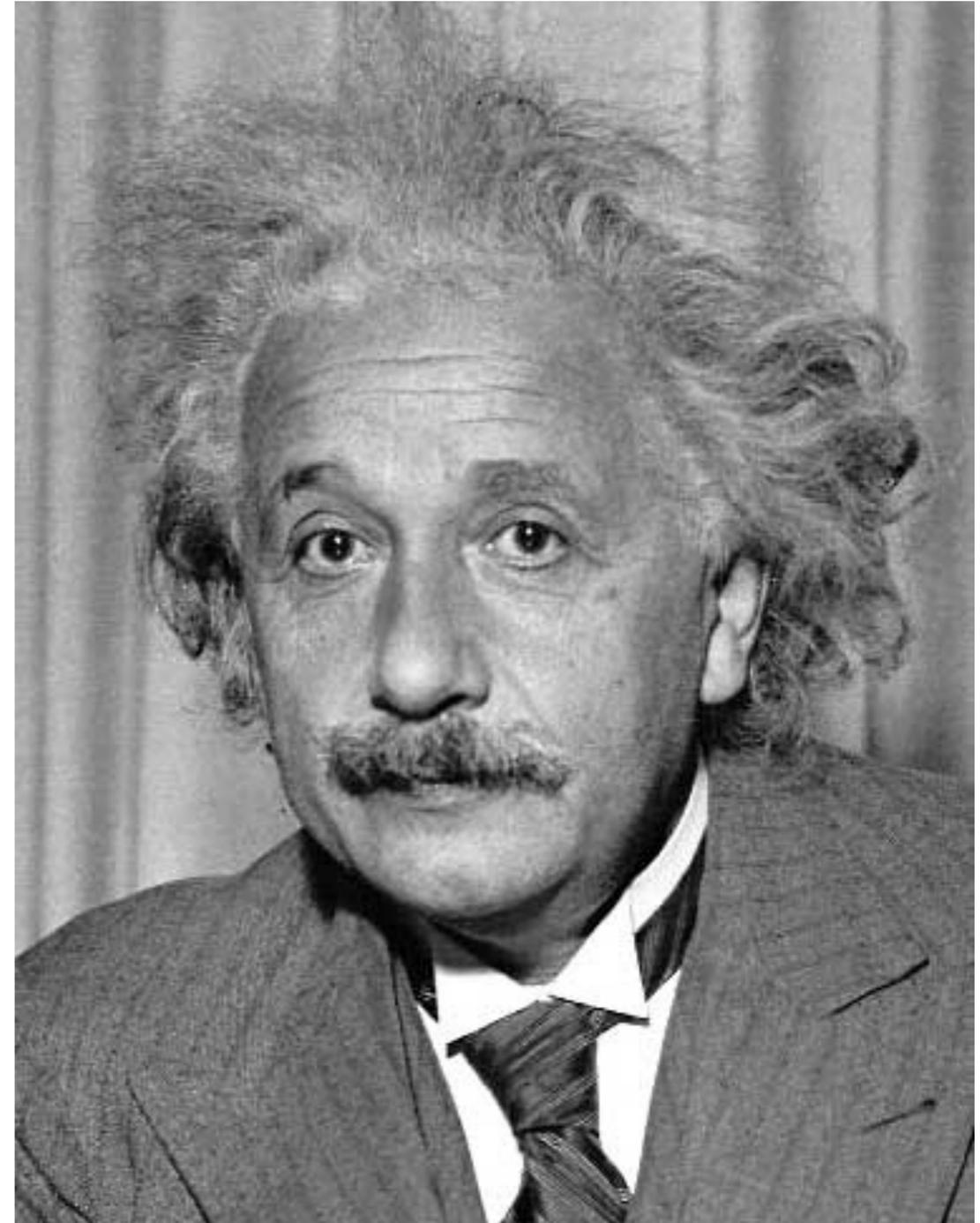


Filtre laplacien



Correspondance de modèles

- But: trouver  dans l'image
- Défi: Comment devrait-on comparer le modèle avec l'image?



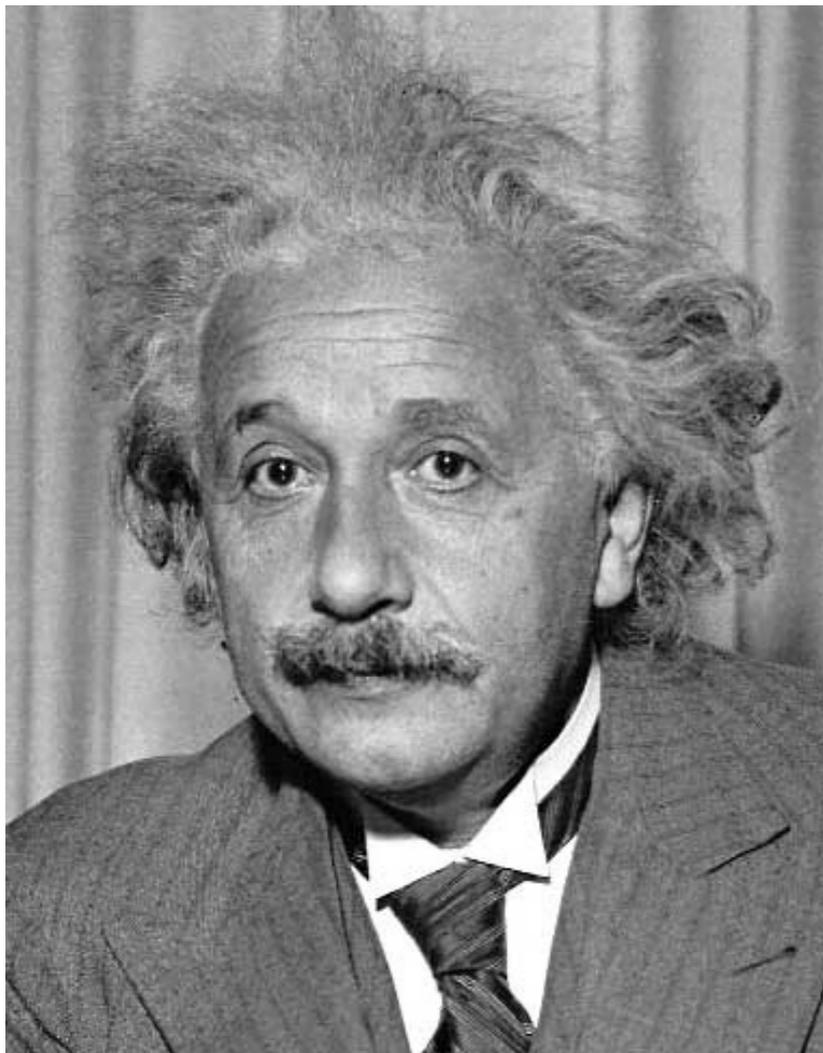
Filtrer pour trouver les correspondances

- But: trouver  dans l'image

- Méthode 0: filtrer l'image avec l'oeil

$$h(m, n) = \sum_{k, l} g(k, l) f(m + k, n + l)$$

← f = image
g = filtre



Image

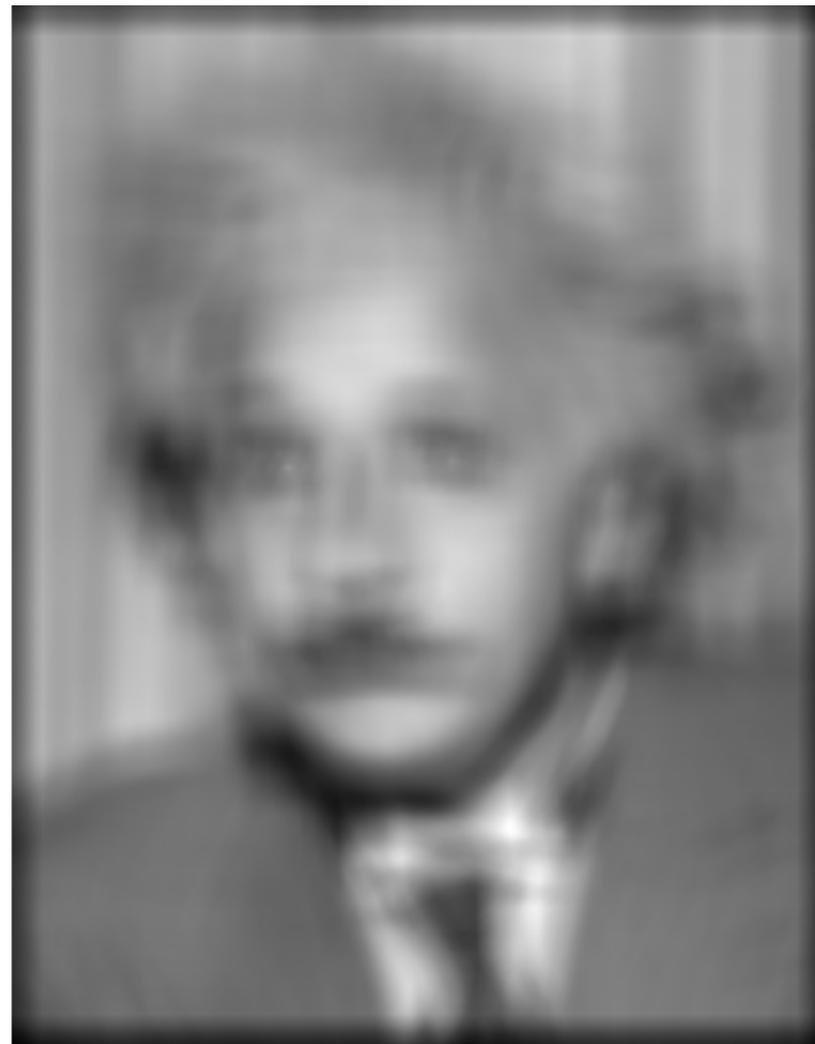


Image filtrée

Qu'est-ce qui se passe?

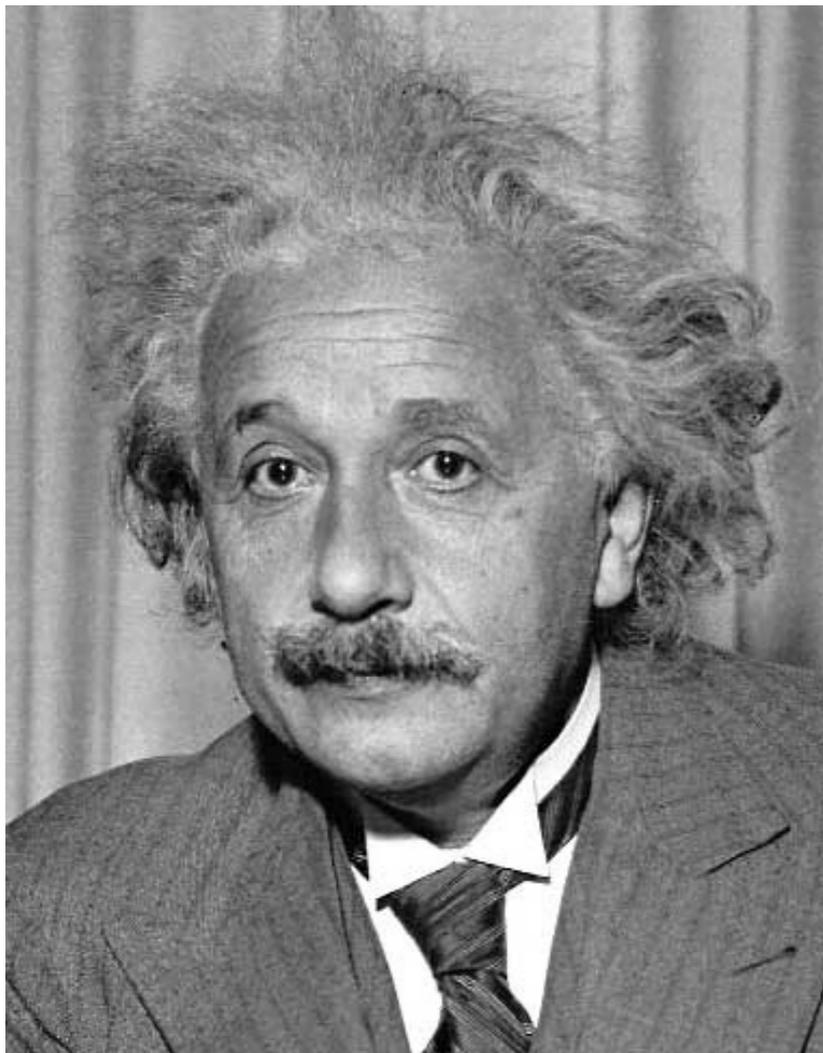
Filtrer pour trouver les correspondances

- But: trouver  dans l'image

- Méthode 1: soustraire la moyenne du filtre

$$h(m, n) = \sum_{k, l} (g(k, l) - \bar{g}) f(m + k, n + l)$$

← moyenne de g



Image

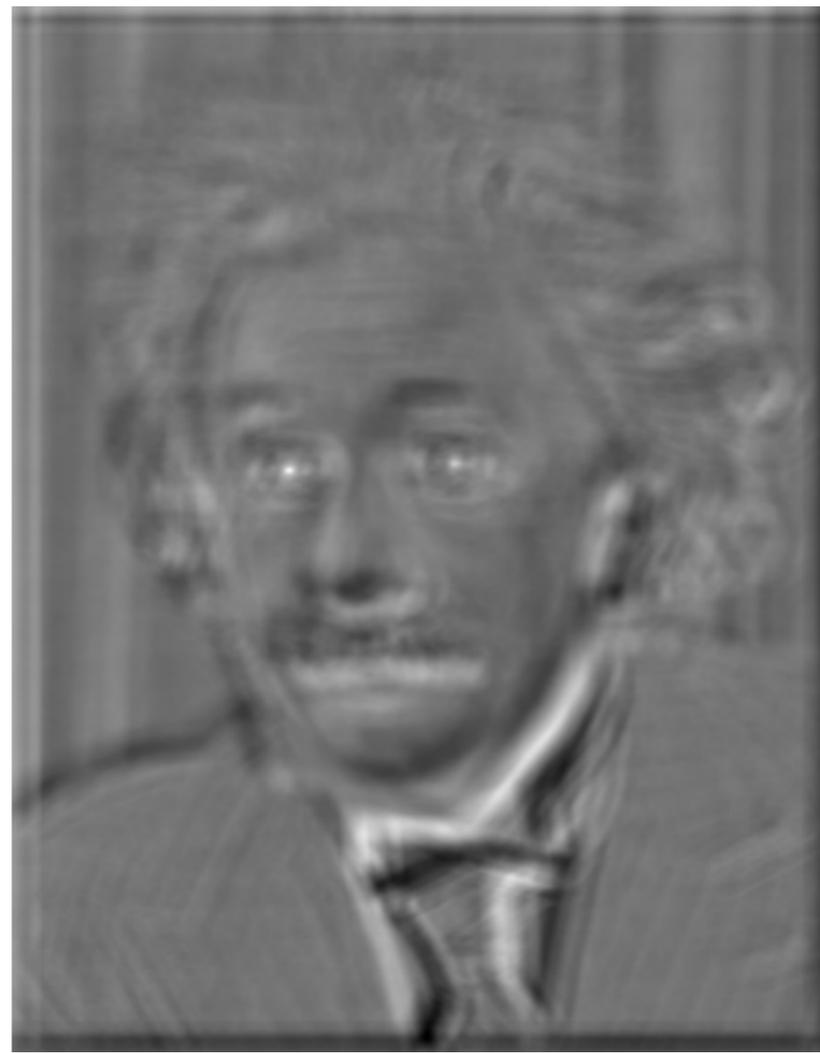
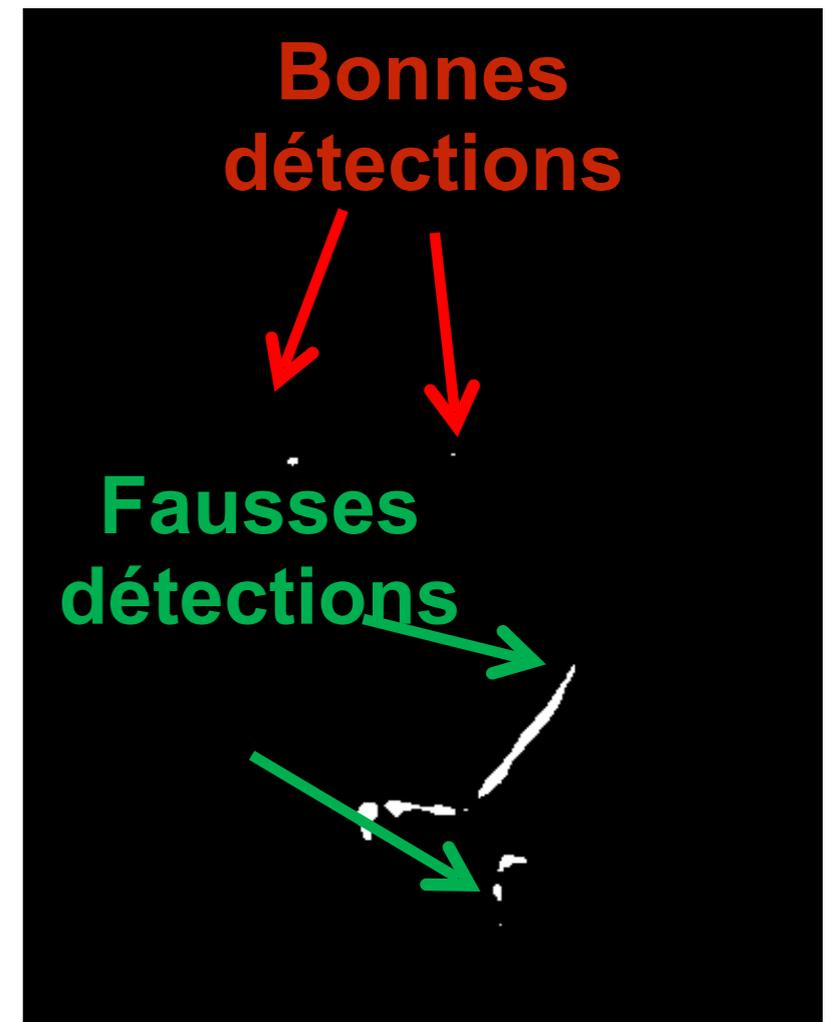


Image filtrée



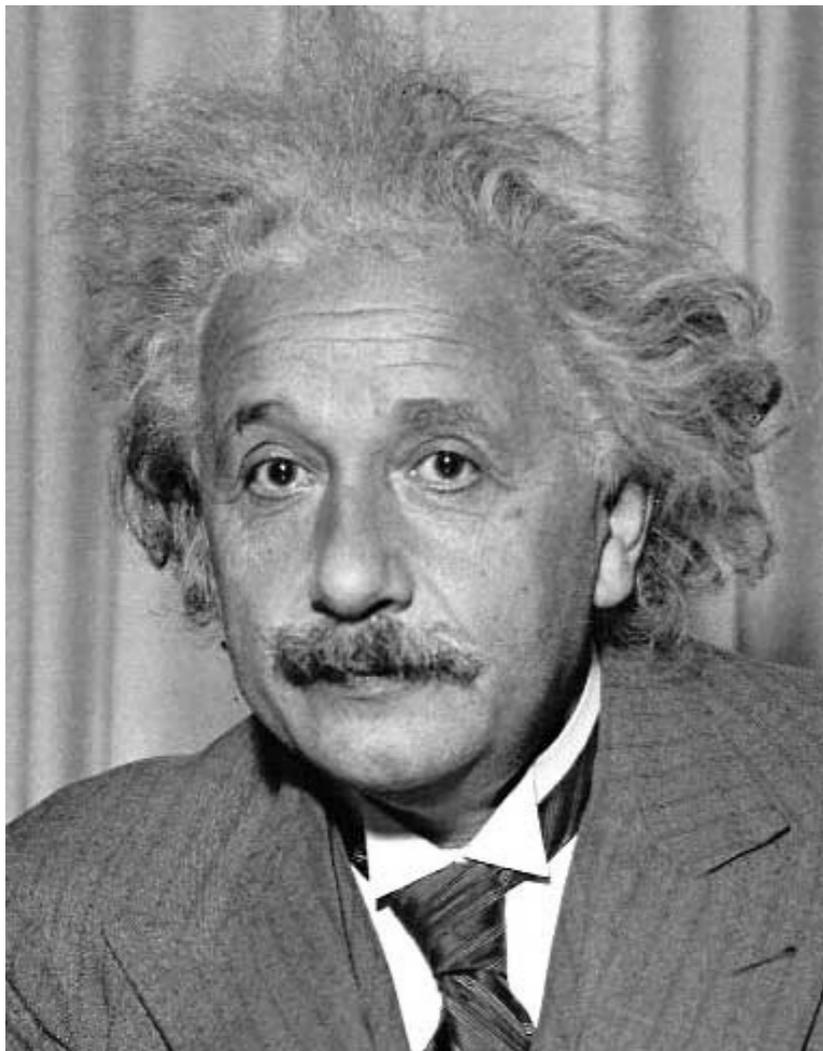
Seuil

Filtrer pour trouver les correspondances

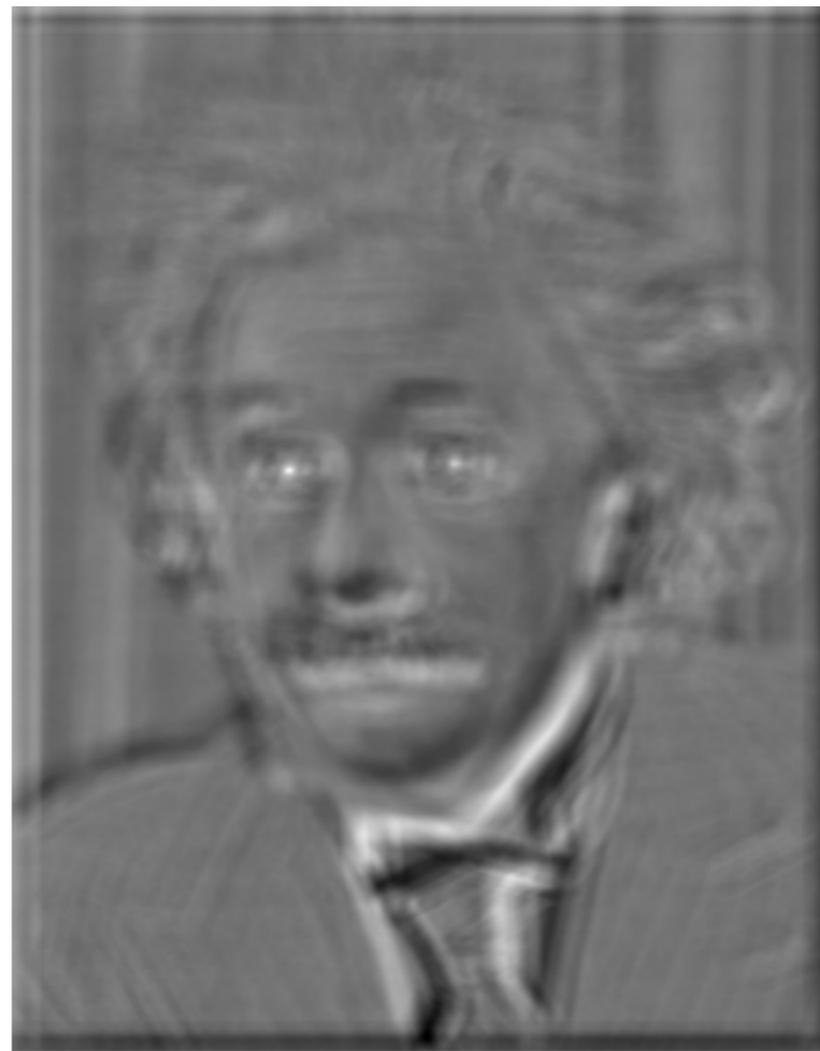
- But: trouver  dans l'image

- Méthode 2: somme des différences au carré

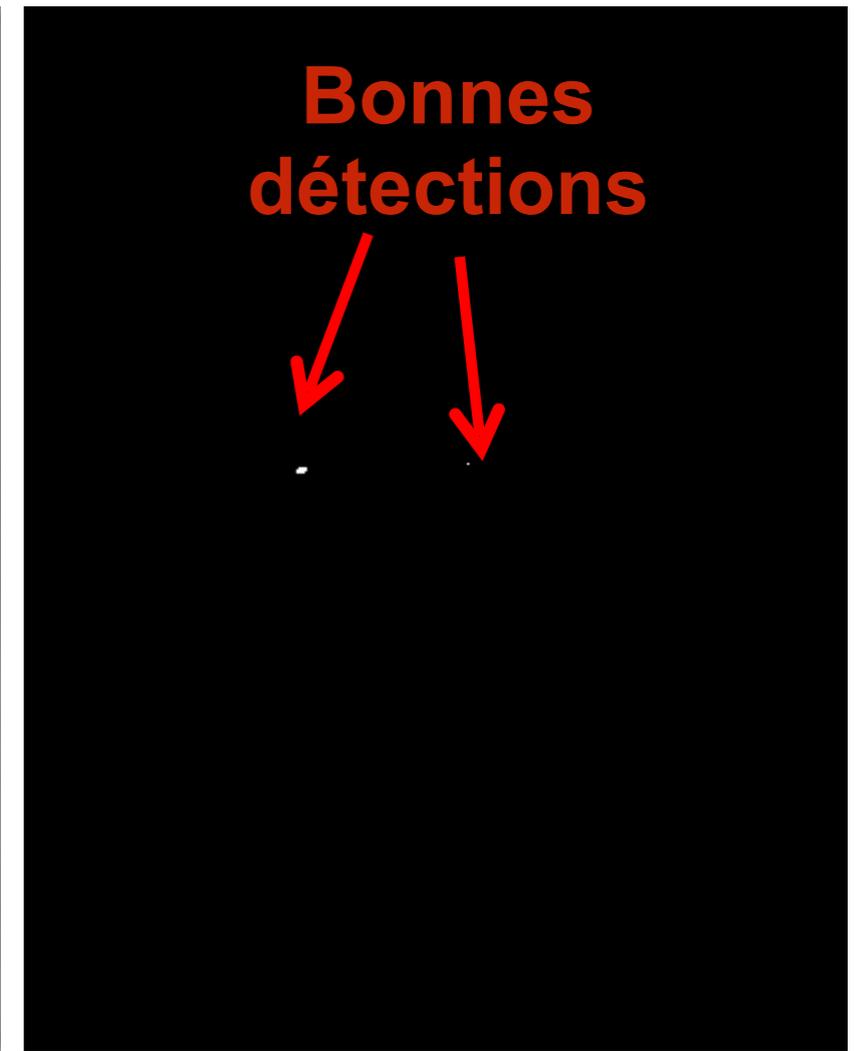
$$h(m, n) = \sum_{k, l} (g(k, l) - f(m + k, n + l))^2$$



Image



17SSD



Seuil

Filtrer pour trouver les correspondances

Est-ce qu'on peut implémenter la somme des différences au carré avec un (ou des) filtre(s) linéaire(s)?

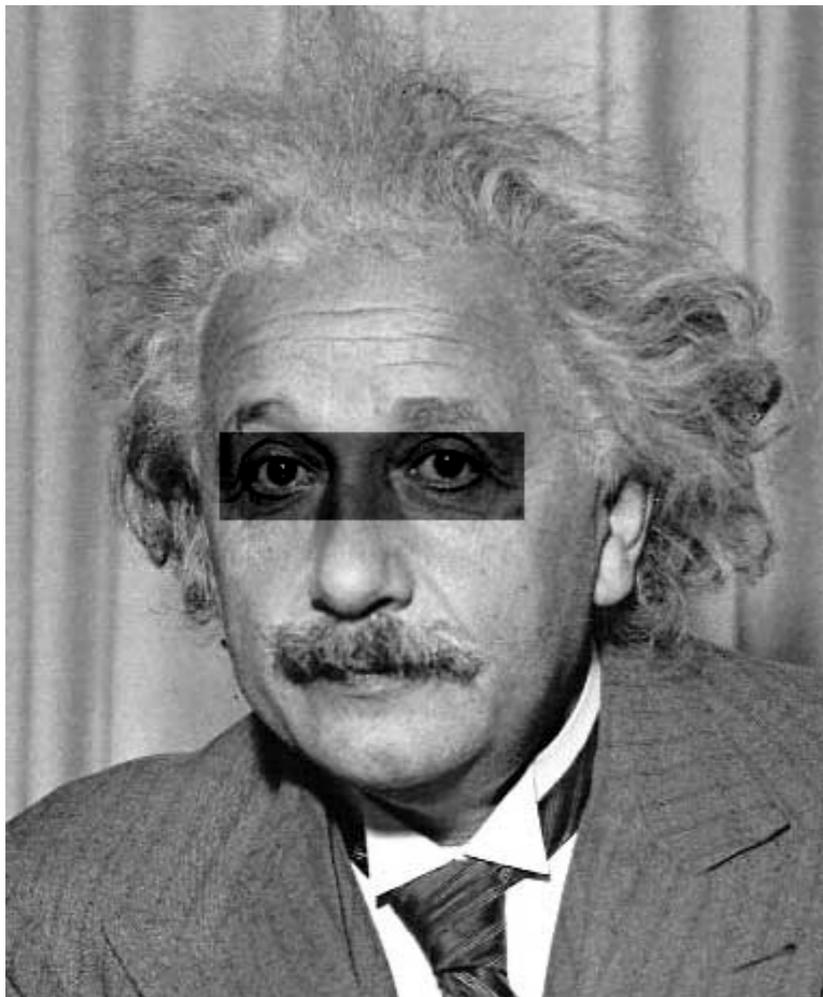
$$h(m, n) = \sum_{k, l} (g(k, l) - f(m + k, n + l))^2$$

Filtrer pour trouver les correspondances

- But: trouver  dans l'image

- Méthode 2: somme des différences au carré

$$h(m, n) = \sum_{k, l} (g(k, l) - f(m + k, n + l))^2$$



Image

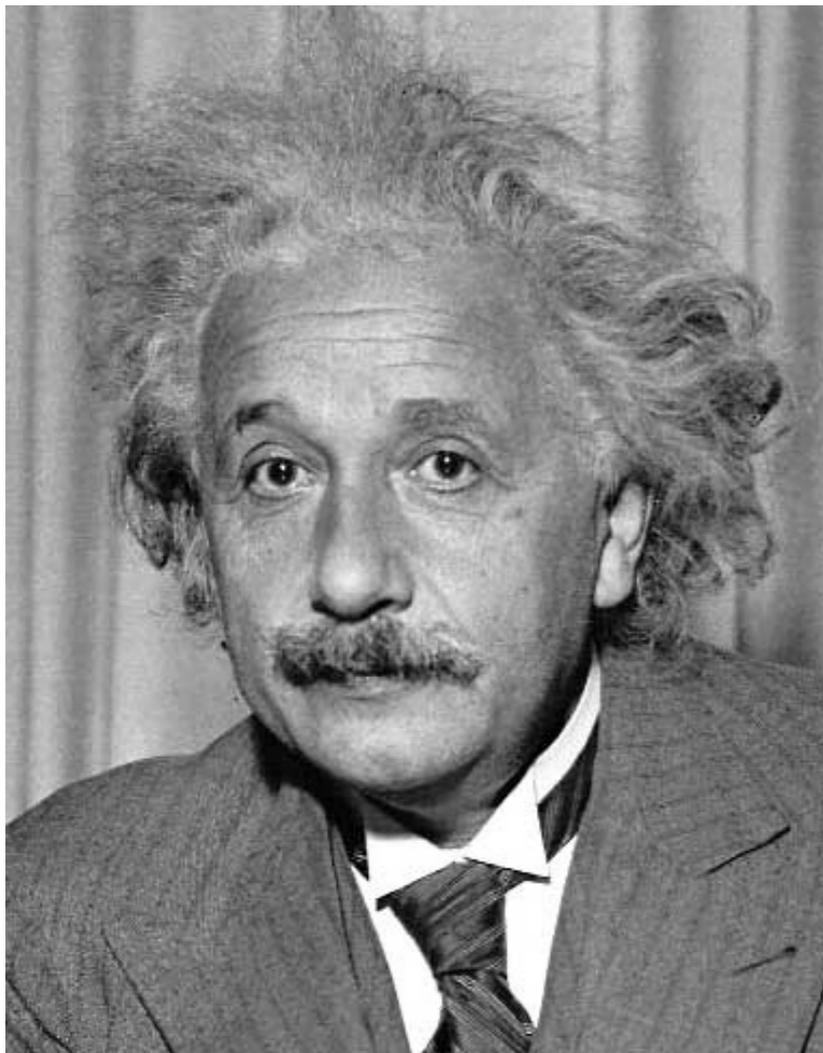


1+9 SSD

Problème?

Filterer pour trouver les correspondances

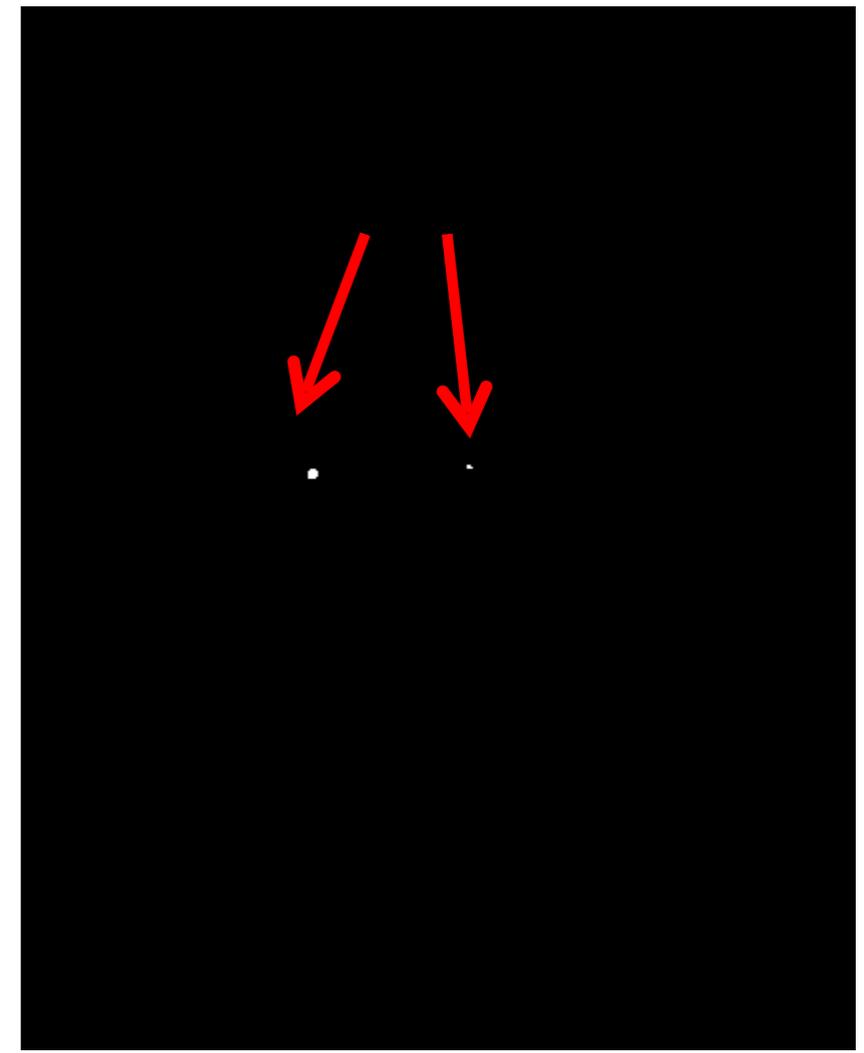
- But: trouver  dans l'image
- Méthode 3: corrélation croisée normalisée



Image



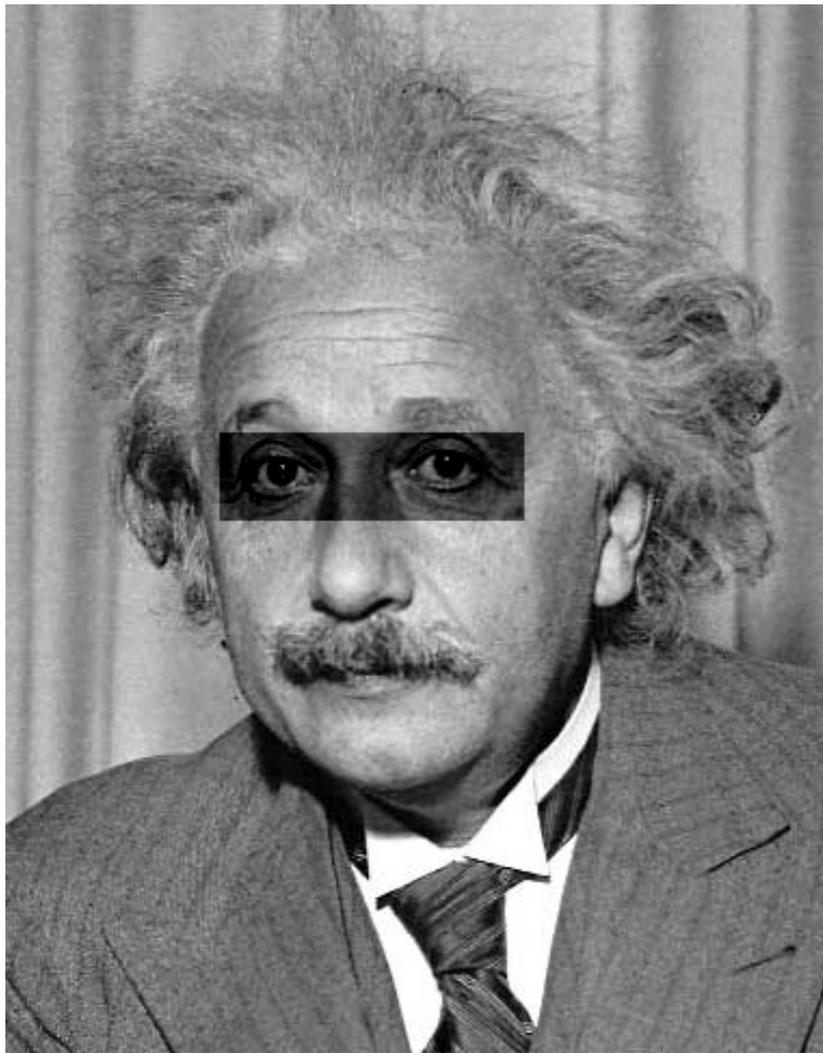
résultat



seuil

Filtrer pour trouver les correspondances

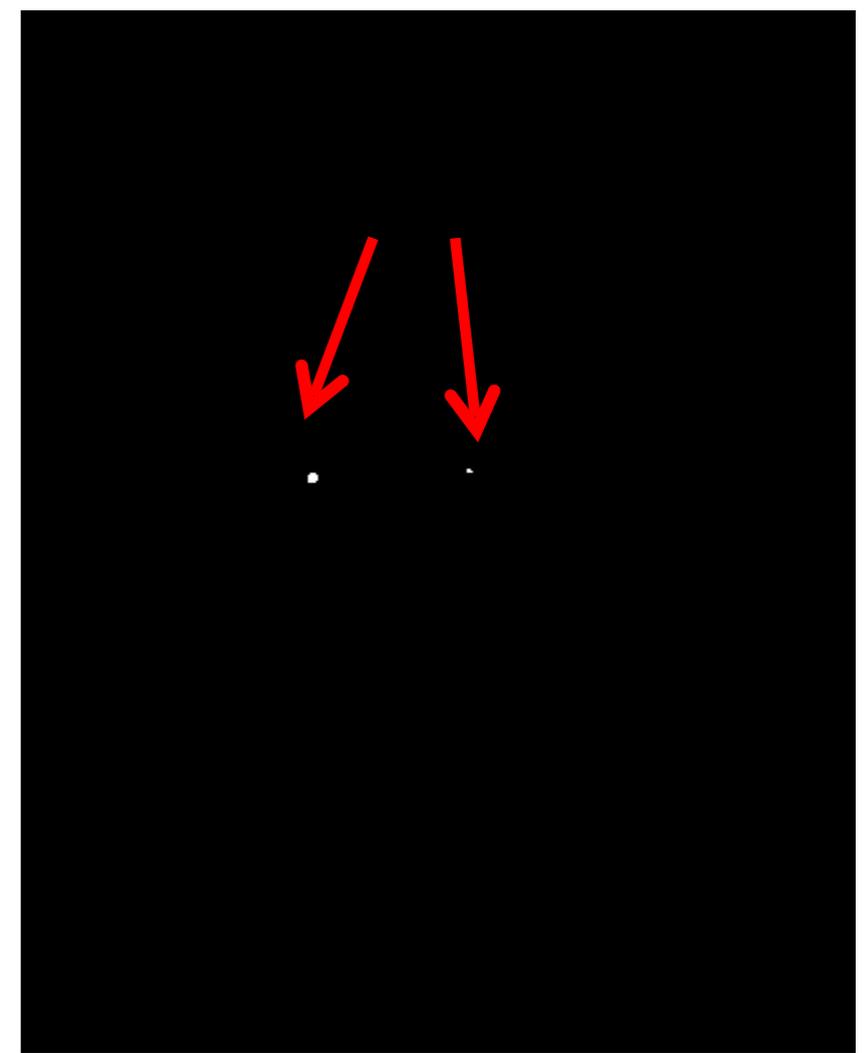
- But: trouver  dans l'image
- Méthode 3: corrélation croisée normalisée



Image



résultat

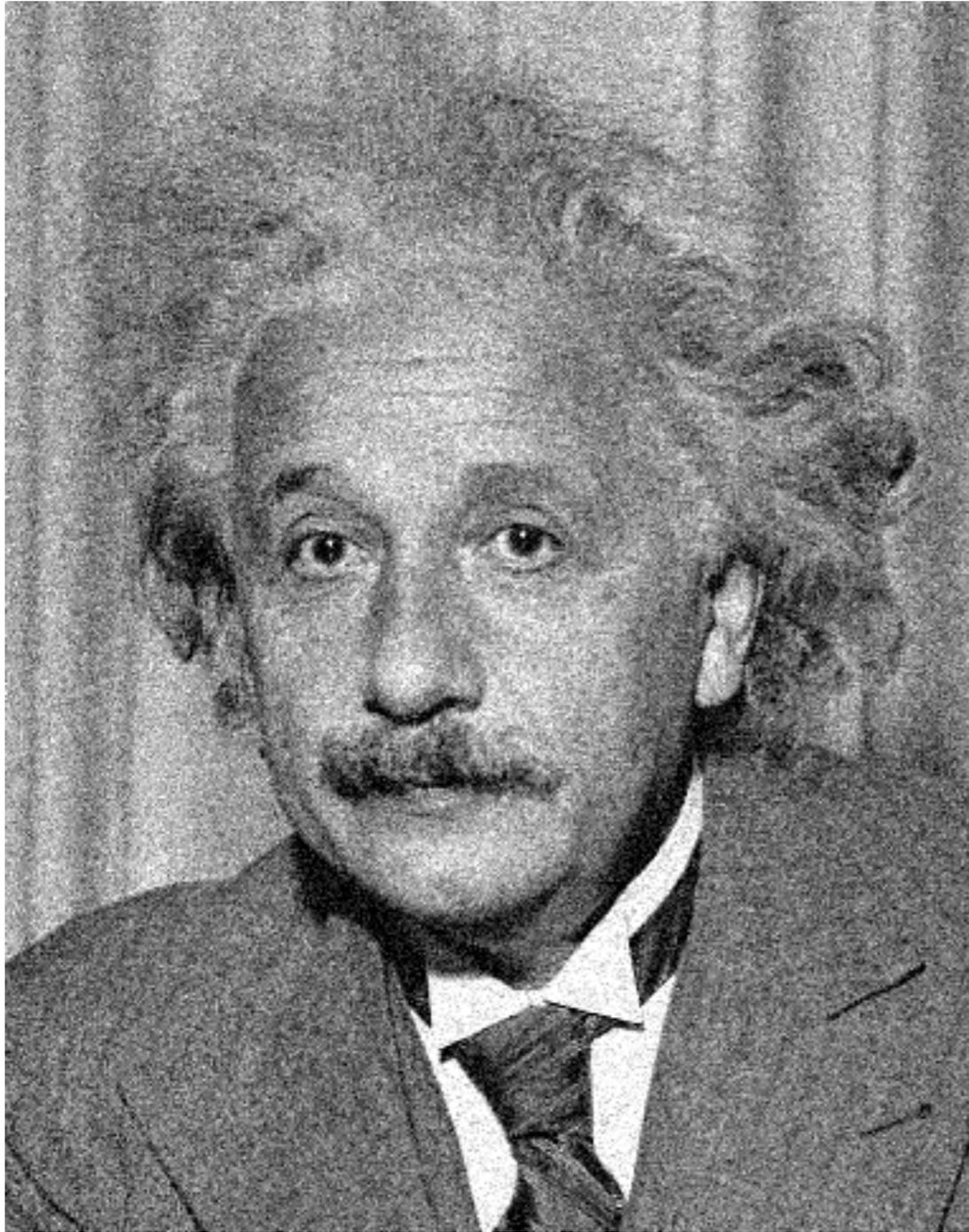


seuil

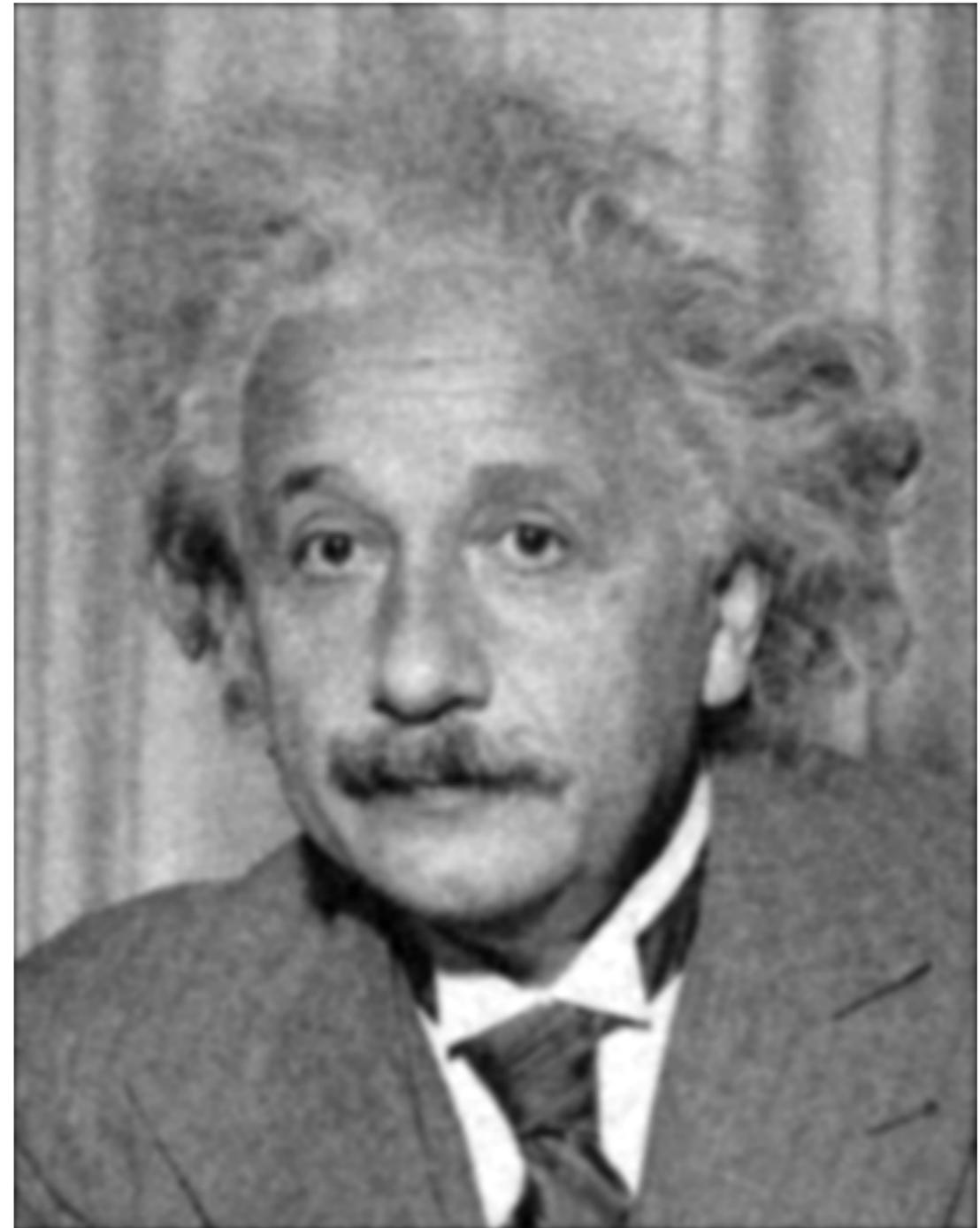
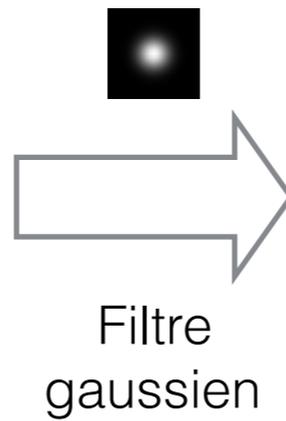
Quelle est la meilleure méthode?

- Ça dépend!
- Filtre normalisé
 - très rapide, mais pas très bon
- Somme des différences au carré
 - assez rapide, sensible aux variations d'intensité
- Corrélation croisée-normalisée
 - plus lente, mais robuste aux variations d'intensité

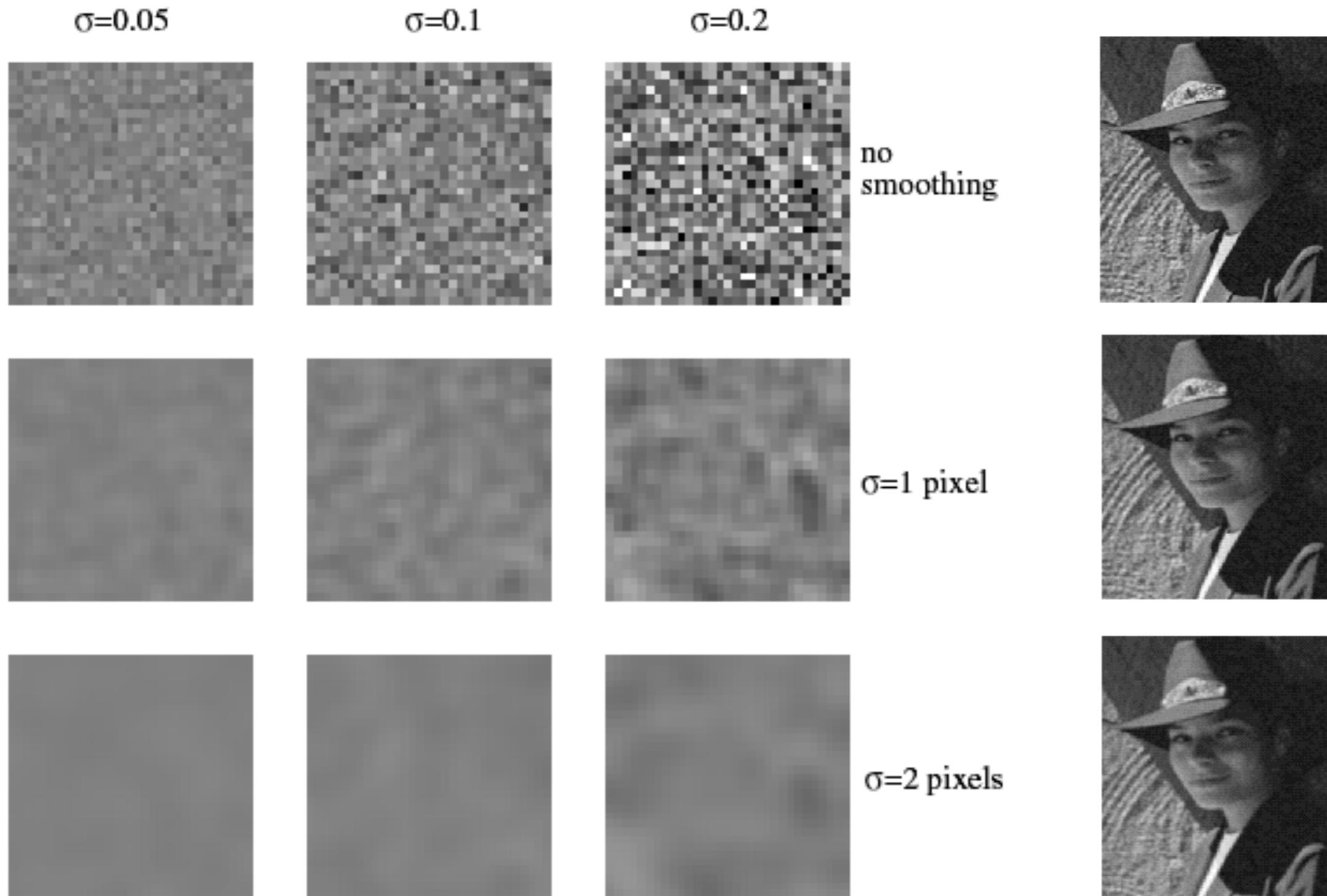
Atténuation du bruit



Bruit additif gaussien



Atténuer le bruit gaussien



En augmentant la variance, on réduit le bruit, mais on rend l'image floue!

Bruit «poivre et sel»

Filtre gaussien

3x3



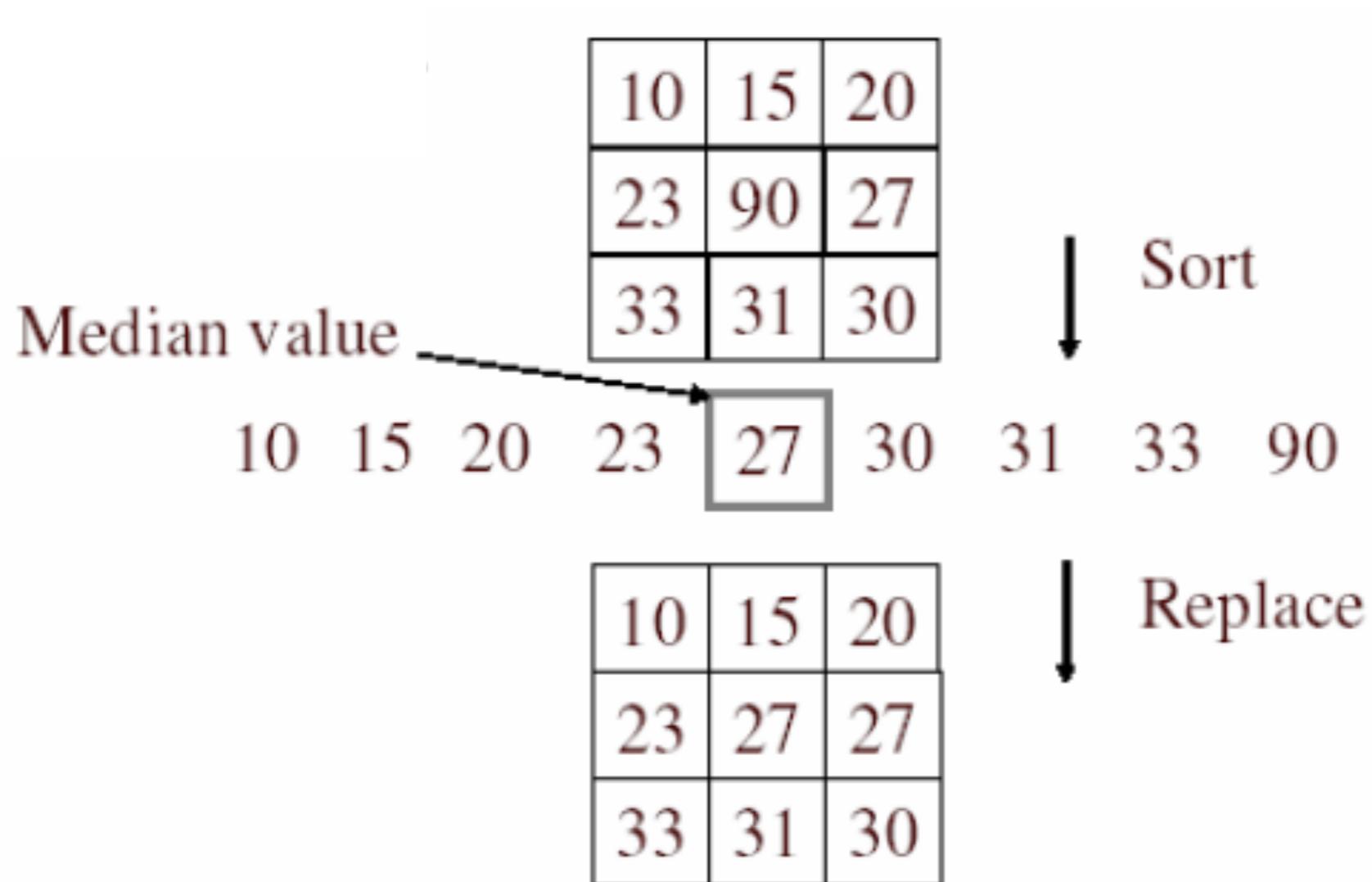
5x5



7x7



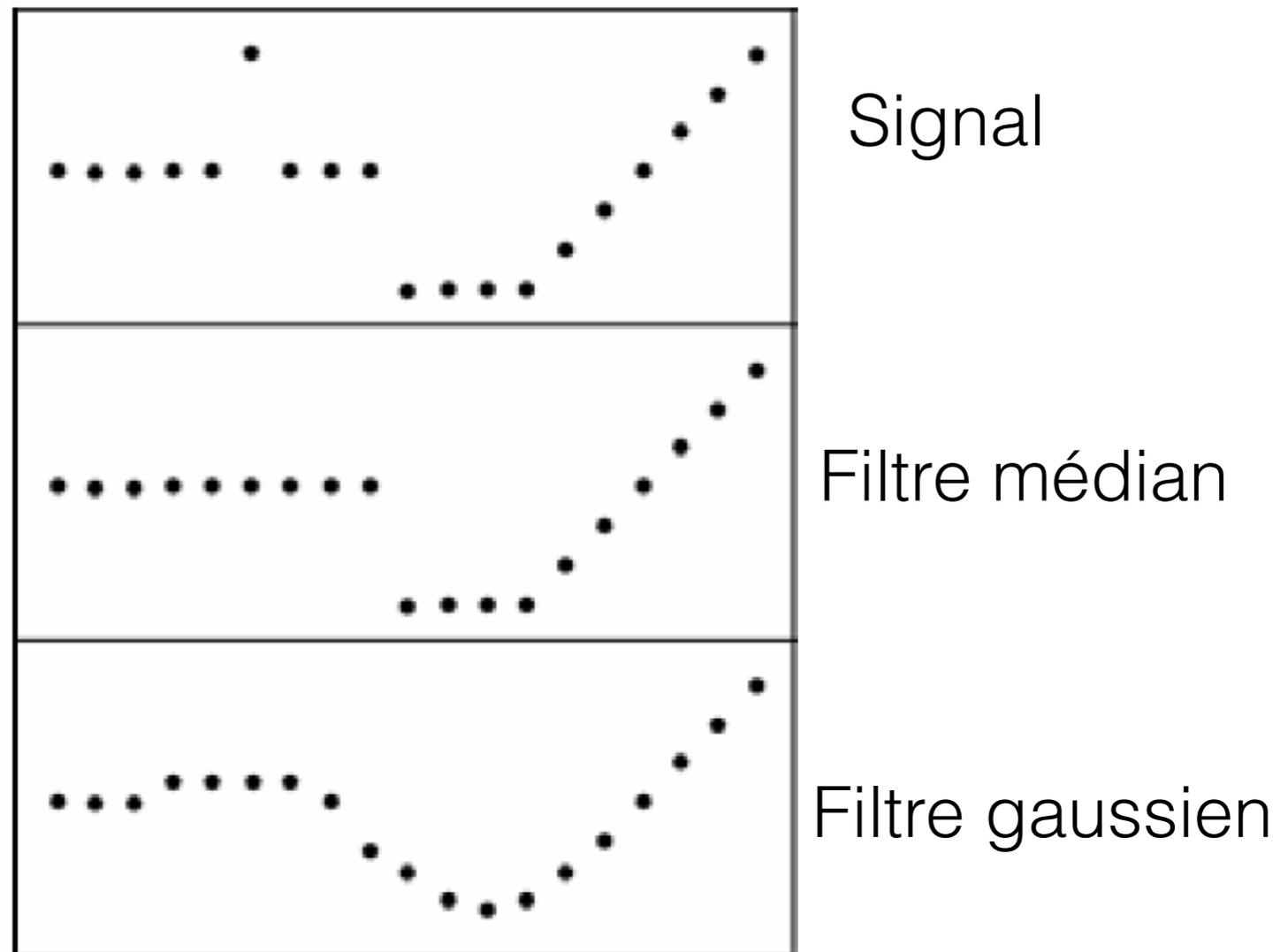
Idée alternative: filtre médian



Est-ce que c'est linéaire?

Filtre médian

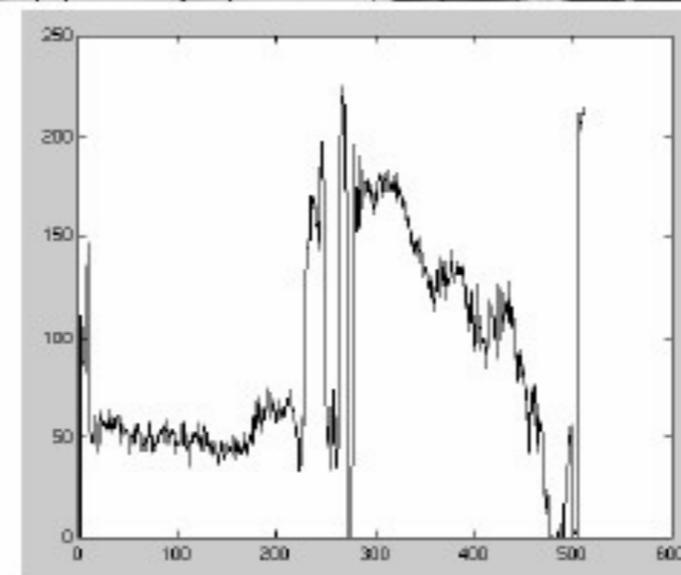
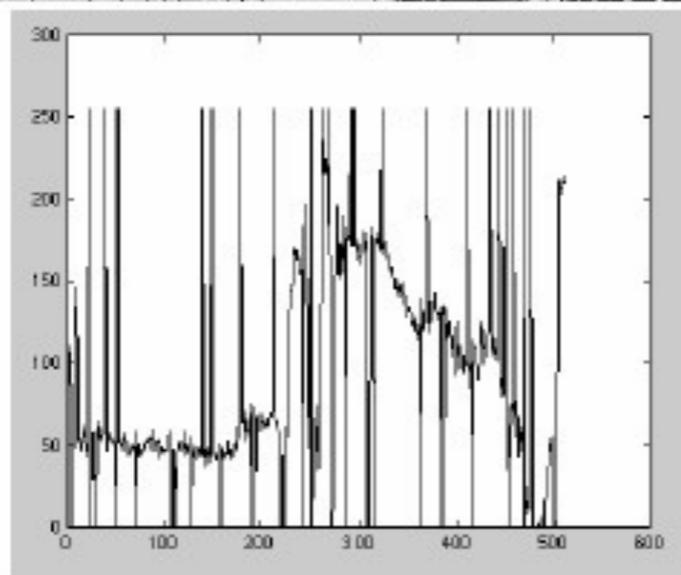
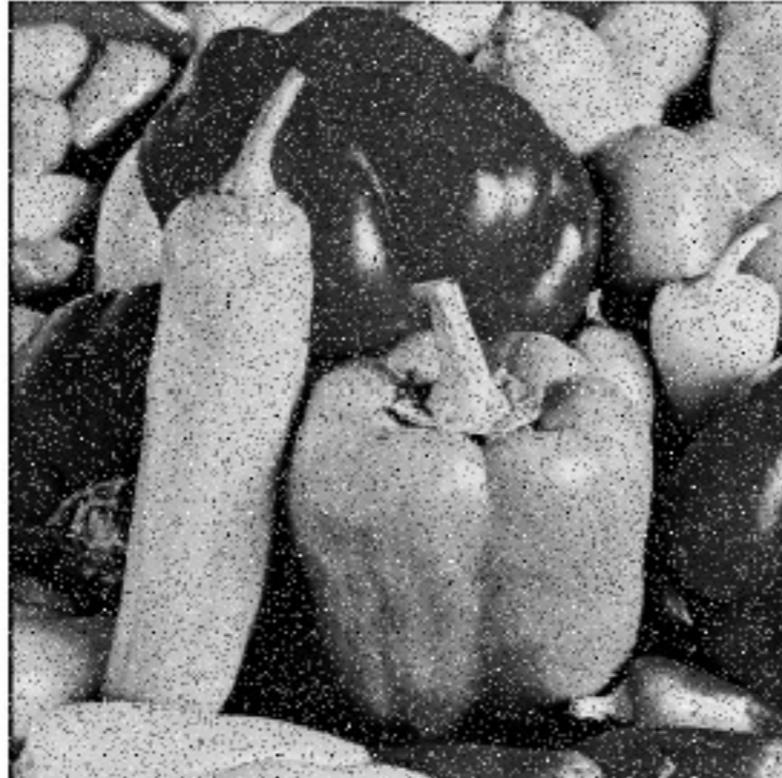
Quels sont les avantages du filtre médian par rapport au filtre gaussien?



Filtre médian

Bruit «poivre et sel»

Filtre médian



MATLAB: `medfilt2(image, [h w])`

Filtre Médian vs. gaussien

3x3

5x5

7x7

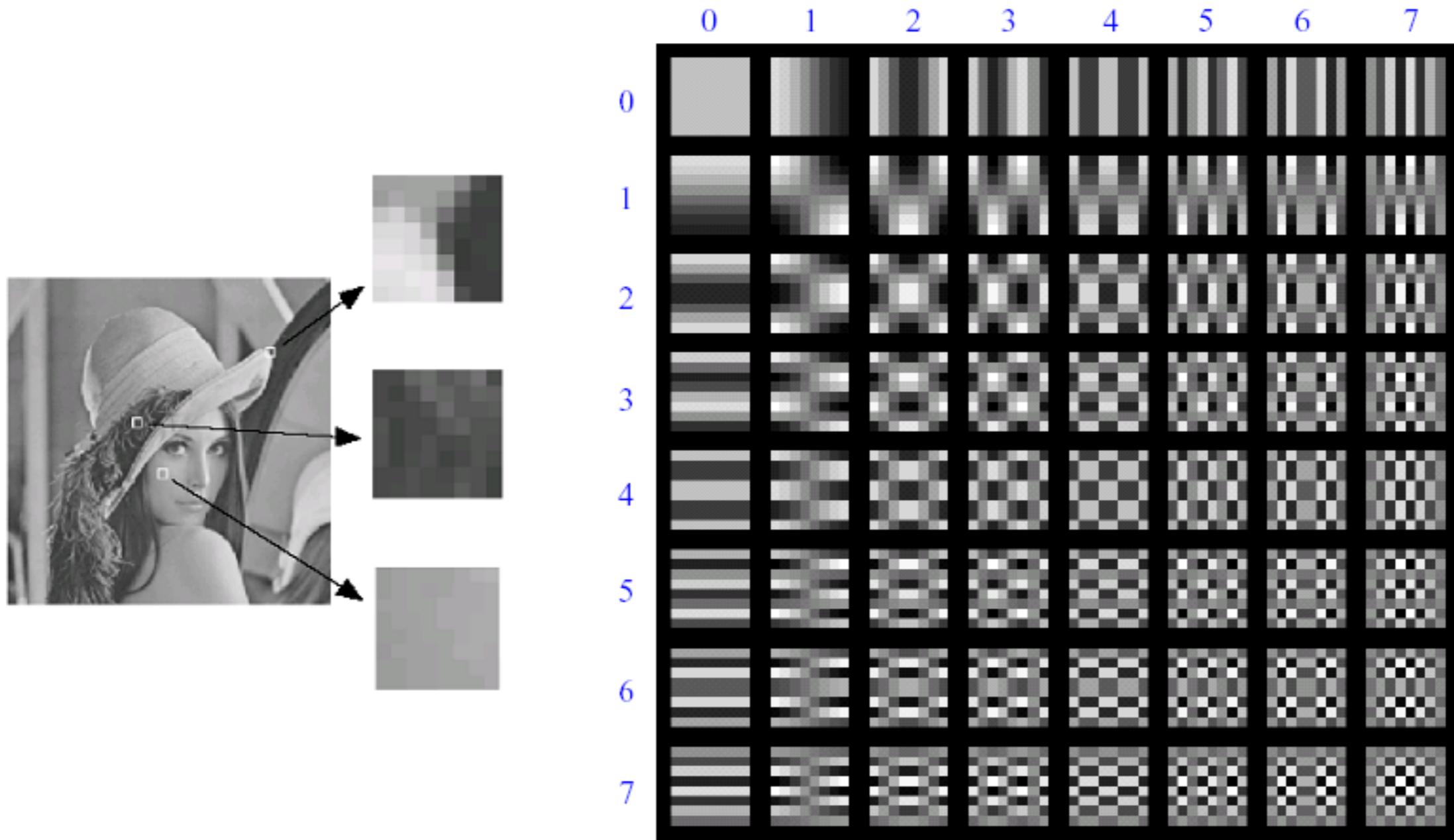
Gaussien



Médian

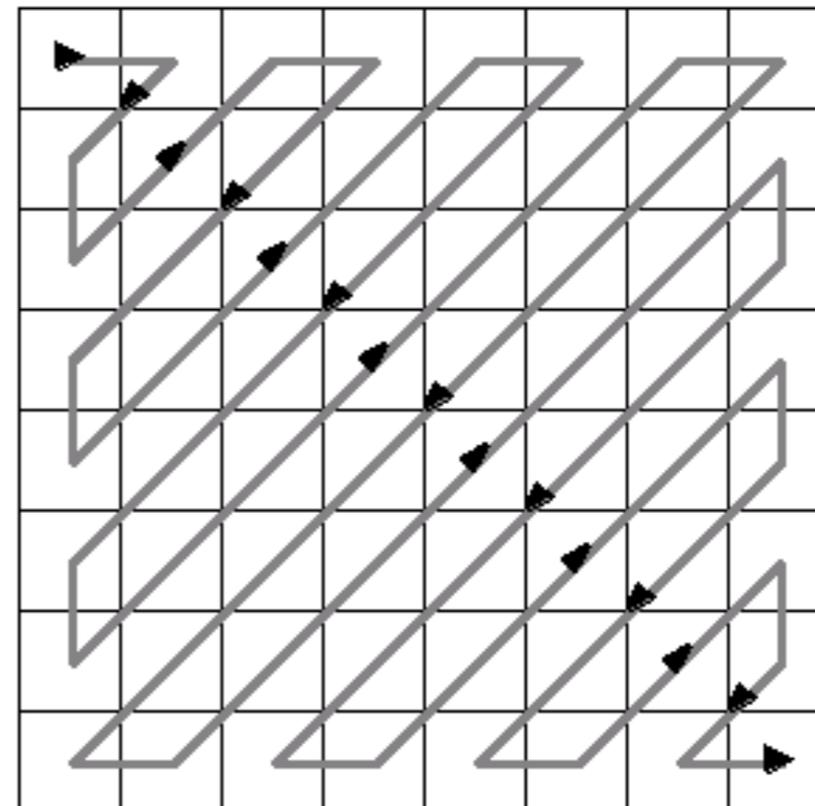
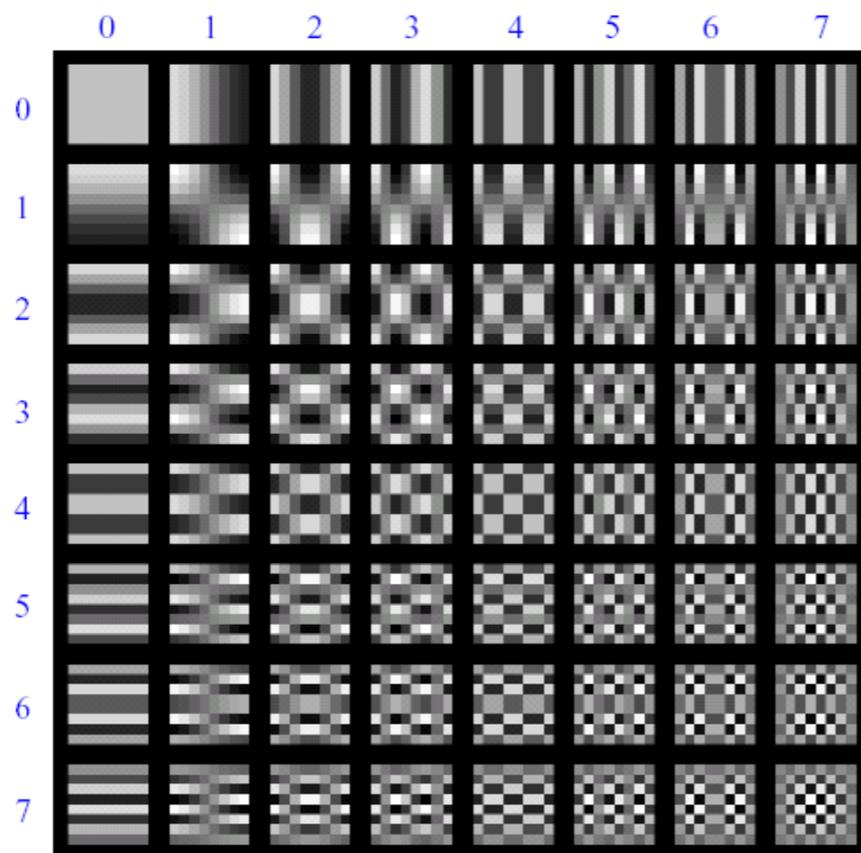


Compression (JPEG)



La DCT dans la compression JPEG

- Le premier coefficient $B(0,0)$ est la composante DC (l'intensité moyenne)
- Les coefficients en haut à gauche représentent les basses fréquences, et en bas à droite les hautes



La DCT dans la compression JPEG

- Quantification
 - Plus approximatif pour les hautes fréquences (qui sont plus faibles de façon naturelle)
 - Plusieurs d'entre elles seront 0!

Réponse des filtres

$$G = \begin{matrix} & & & \xrightarrow{u} & & & & & \\ \begin{matrix} \downarrow v \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} -415.38 & -30.19 & -61.20 & 27.24 & 56.13 & -20.10 & -2.39 & 0.46 \\ 4.47 & -21.86 & -60.76 & 10.25 & 13.15 & -7.09 & -8.54 & 4.88 \\ -46.83 & 7.37 & 77.13 & -24.56 & -28.91 & 9.93 & 5.42 & -5.65 \\ -48.53 & 12.07 & 34.10 & -14.76 & -10.24 & 6.30 & 1.83 & 1.95 \\ 12.12 & -6.55 & -13.20 & -3.95 & -1.88 & 1.75 & -2.79 & 3.14 \\ -7.73 & 2.91 & 2.38 & -5.94 & -2.38 & 0.94 & 4.30 & 1.85 \\ -1.03 & 0.18 & 0.42 & -2.42 & -0.88 & -3.02 & 4.12 & -0.66 \\ -0.17 & 0.14 & -1.07 & -4.19 & -1.17 & -0.10 & 0.50 & 1.68 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Table de quantification

$$Q = \begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

Valeurs quantifiées

$$B = \begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Compression JPG

- Diviser l'image en blocs (8x8), enlever 128
- Pour chaque bloc
 - Calculer les coefficients DCT
 - Quantification
 - Coefficients des hautes fréquences deviendront 0
 - Encodage (e.g., avec l'encodage Huffman)

Taille des blocs

- petit
 - rapide!
 - corrélation existe entre blocs adjacents (compression moins efficace)
- grand
 - meilleure compression
- 8x8 dans le standard JPEG

Comparaison



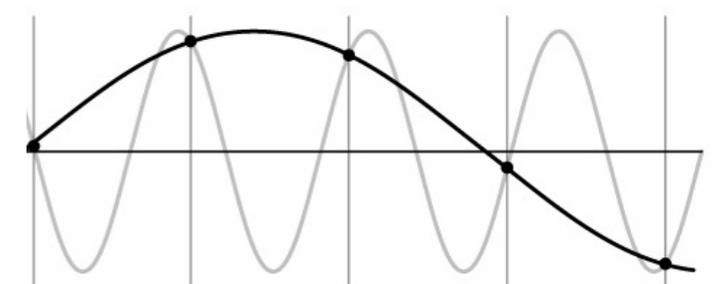
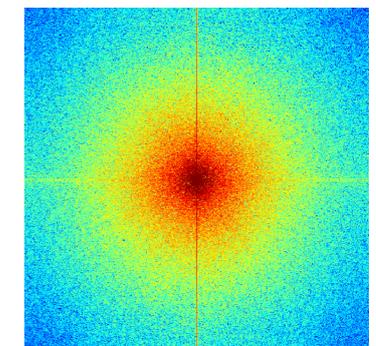
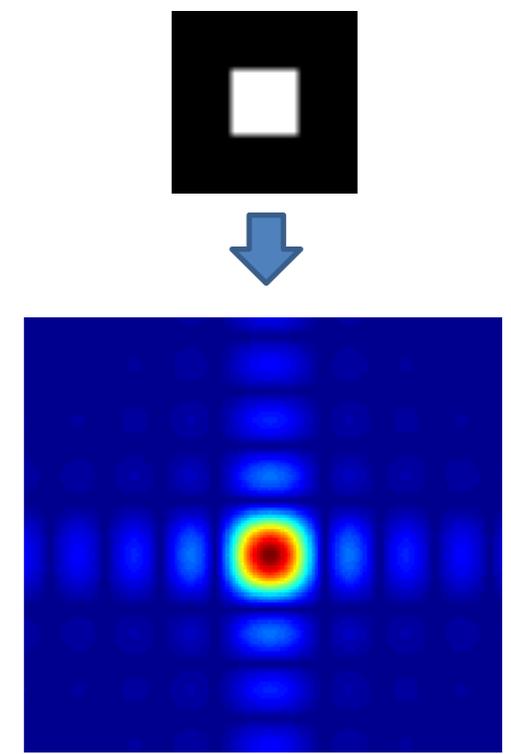
89k



12k

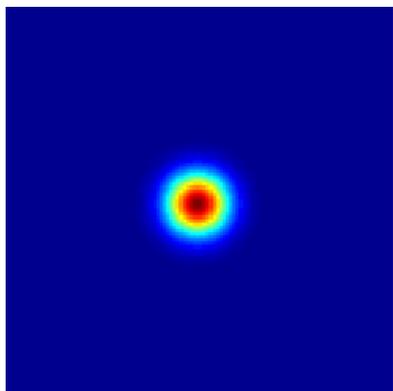
À retenir

- Souvent plus intuitif de penser en termes de fréquences
 - transformée de Fourier
- Plus rapide de filtrer avec la FFT pour les grosses images ($N \log N$ vs. N^2)
- Les images ont plus d'énergie dans les basses fréquences
 - Compression?
- Souvenez-vous de filtrer avant d'échantillonner

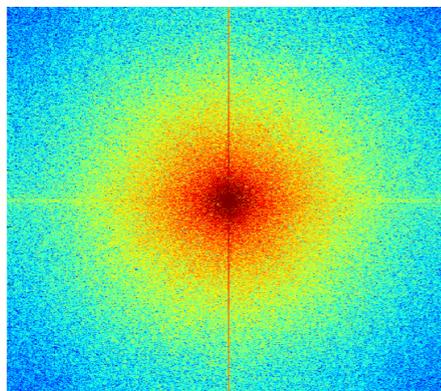


Question pour emporter

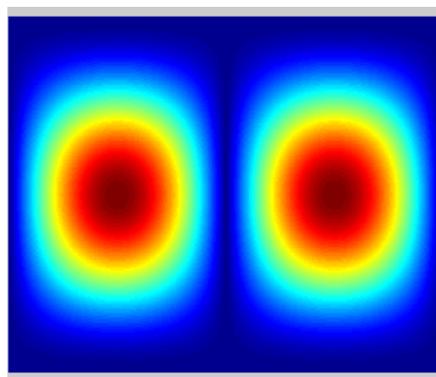
1



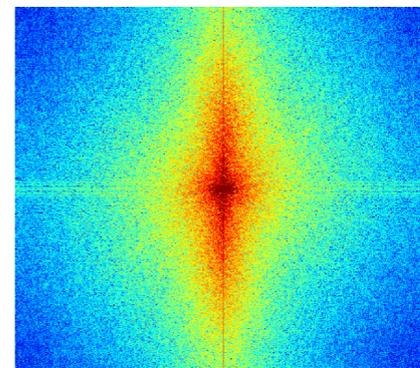
2



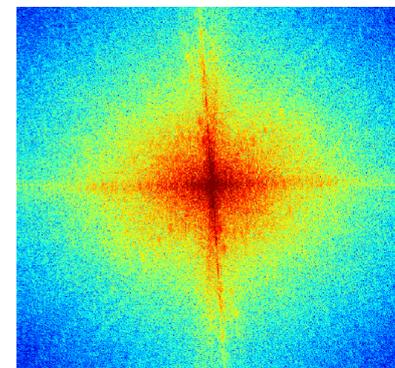
3



4

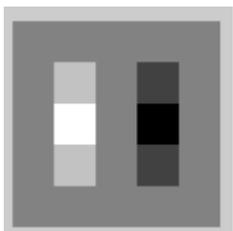


5



Associez l'image à la transformée de Fourier

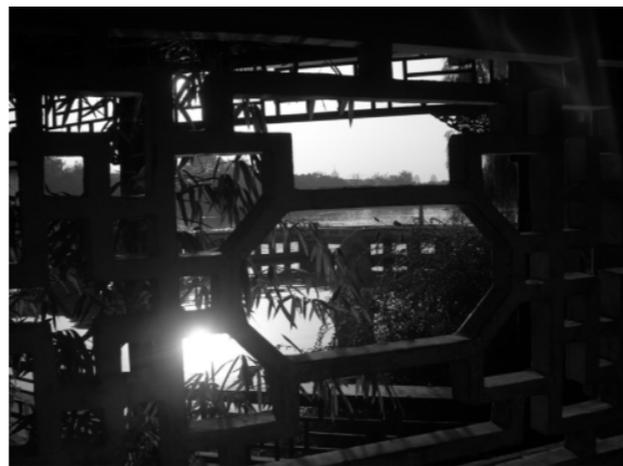
A



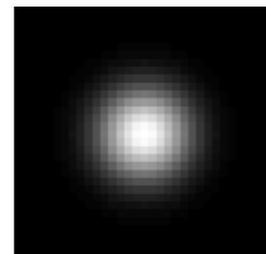
B



C



D



E

